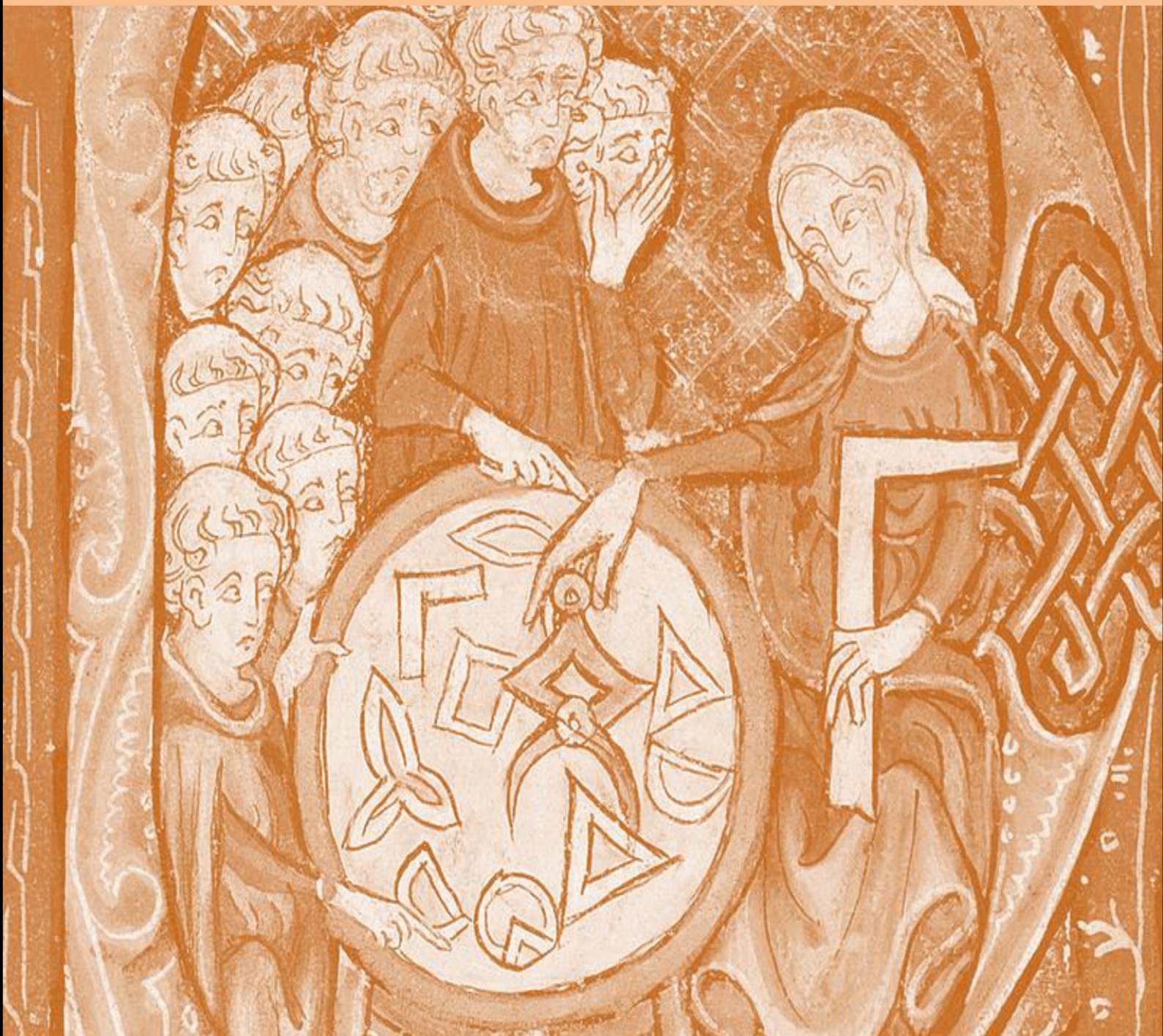


Metodologia do Ensino de Matemática

Fundamentos teóricos e práticos



Guilherme Saramago de Oliveira (Org.)

*Ana Maria de Oliveira Cunha
Adriana Borges de Paiva
Euzane Maria Cordeiro*

*Josely Alves dos Santos
Margareth Rosa Gomes Arantes
Silvana Malusá*

Guilherme Saramago de Oliveira (Org.)

Metodologia do Ensino de
Matemática

Fundamentos teóricos e práticos



Uberlândia (MG)
2020

FUCAMP

(Fundação Carmelitana Mário Palmério)

Presidente da FUCAMP: Me. Guilherme Marcus Ghelli

Coordenadora da Editora: Dra. Cristina Soares de Sousa

Conselho Editorial

Me. Emiliano Silva Costa
Me. Cássio Resende Moraes
Dr. Gustavo Batista Araújo
Me. Heber Junio Pereira Brasão
Dra. Kelma Mendonça Ghelli

Ma. Luciana Zunsteim
Dra. Luciana Maria de Lima
Dr. Luiz Carlos Figueira de Melo
Dra. Roselaine das Chagas
Dra. Tânia Nunes Davi

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) Ficha
Catalográfica elaborada pelo autor

OL42m Metodologia do Ensino de Matemática: fundamentos teóricos e práticos/Guilherme Saramago de Oliveira. - Uberlândia, MG: FUCAMP, 2020. 154 p. : il.

ISBN: 978-65-00-06423-0 (ebook)
Inclui bibliografia.

1. Matemática - Metodologia. 2. Ensino - Metodologia. 3. Matemática - Estudo e ensino. 4. Aprendizagem - Matemática. 5. Matemática - Prática Pedagógica. I. Oliveira, Guilherme Saramago de

CDU: 371.3

Reprodução proibida sem prévia autorização
Art. 184 do Código Penal e Lei 9610 de 19 de fevereiro de 1998.



Av. Brasil Oeste, S/N, Jardim Zenith
Monte Carmelo - MG / CEP 38.500-000
(34) 3842-5272

SUMÁRIO

À GUIA DE APRESENTAÇÃO.....	4
-----------------------------	---

I. ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE SURDEZ E O ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	6
---	---

*Adriana Borges de Paiva
Guilherme Saramago de Oliveira
Silvana Malusá*

II. ENSINO DE MATEMÁTICA E TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA: POSSIBILIDADES PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA	41
---	----

*Josely Alves dos Santos
Guilherme Saramago de Oliveira
Silvana Malusá*

III. MODELAGEM: POSSIBILIDADE DE ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA	89
--	----

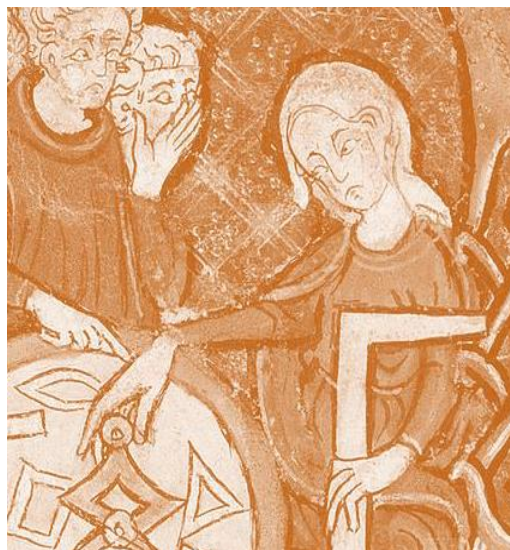
*Margareth Rosa Gomes Arantes
Guilherme Saramago de Oliveira
Silvana Malusá*

IV. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ALTERNATIVA METODOLÓGICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA	120
--	-----

*Euzane Maria Cordeiro
Guilherme Saramago de Oliveira
Ana Maria de Oliveira Cunha*

SOBRE OS AUTORES	151
------------------------	-----

À GUISA DE APRESENTAÇÃO



O livro “**Metodologia do Ensino de Matemática: fundamentos teóricos e práticos**” é a quinta obra (as anteriores são: Metodologia do Ensino de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, Metodologia do Ensino de Matemática na Educação Infantil, Metodologia do Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos, Metodologia do Ensino de Matemática na Educação de Pessoas com Deficiência) que teve origem nos estudos desenvolvidos por discentes e professores dos Cursos de Mestrado e Doutorado em Educação da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), membros do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática (GRUPEM-UFU). O GRUPEM-UFU é vinculado a duas Linhas de Pesquisa dos Programas de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da UFU: “Educação em Ciências e Matemática”, do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGED) e “Mídias, Educação e Comunicação” do Programa de Pós-Graduação em Tecnologias, Comunicação e Educação (PPGCE).

Este livro foi organizado tendo, como pressuposto básico, a intenção de colaborar com as discussões e análises sobre as práticas pedagógicas desenvolvidas pelos professores quando ensinam Matemática. Para tal, a obra apresenta algumas possibilidades metodológicas que podem de fato contribuir com a melhoria dos processos educativos, visando o aprendizado significativo dos saberes matemáticos.

Dados oriundos do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) - Prova Brasil, indicam que os discentes, de maneira geral, possuem inúmeras dificuldades em lidar com os conteúdos relacionados à Matemática e apresentam baixo rendimento nessa área do conhecimento.

Os motivos da não aprendizagem dos conteúdos matemáticos estão relacionados a fatores diversos, dentre os quais, se destaca a metodologia de ensino adotada pelos professores que, muitas vezes, não atende às necessidades e interesses dos aprendizes.

Os autores entendem que a Matemática é uma área de conhecimento das mais importantes e significativas para o ser humano. Tanto é verdade que ela constitui parte dos currículos escolares em praticamente o mundo inteiro.

A Matemática é um saber que permeia nossas vidas, nos mais variados momentos e situações, sejam eles pessoais ou coletivos, econômicos, sociais, políticos ou religiosos. Aprender Matemática se torna essencial para a decisiva inserção do homem na sociedade contemporânea.

Nesse sentido os textos apresentados no livro são importantes fontes de reflexão para todos os profissionais que atuam na Educação, principalmente para aqueles que possuem o objetivo profissional de formação continuada e o desejo de aquisição de saberes que podem melhorar as ações pedagógicas que desenvolvem no exercício de suas atividades profissionais. Afinal, como diz Pedro Demo (2007), “Se quisermos melhorar a aprendizagem dos alunos, há que promover a aprendizagem do professor”.

Esperamos que esta obra contribua com subsídios teóricos e práticos, de forma significativa, para o desenvolvimento do trabalho docente na área de Matemática e para a formação de professores, colaborando efetivamente na ampliação dos debates e estudos acerca da melhoria contínua da educação ofertada ao cidadão brasileiro.

*Guilherme Saramago de Oliveira
Adriana Borges de Paiva
Ana Maria de Oliveira Cunha
Euzane Maria Cordeiro
Josely Alves dos Santos
Margareth Rosa Gomes Arantes
Silvana Malusá*

CAPITULO I



ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE SURDEZ E O ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

*Adriana Borges de Paiva
Guilherme Saramago de Oliveira
Silvana Malusá*

Hoje, a situação do ensino-aprendizagem da matemática necessita recorrer à capacidade e ao empenho de todos, alunos, professores e demais envolvidos no processo educacional para melhorar o padrão “ensinar/aprender matemática”. Nesse contexto, políticas públicas educacionais, escolas, professores, alunos e comunidade devem se preocupar em conhecer o ambiente em que se encontram para procurarem superar o modelo tradicional de ensino que, ao invés de promover o desenvolvimento dos cidadãos/as, contribui para sua decadência e para o descaso com a sociedade (RESENDE; MESQUITA, 2013, p. 200)

1. O Ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Superior

O ensino e a aprendizagem de Matemática constituem um desafio em todos os níveis de escolaridade. Muitas vezes, os adolescentes ingressam em uma universidade e não possuem uma base de conhecimentos matemáticos fortalecida. Por outro lado, outros fatores também podem influenciar e aumentar as dificuldades encontradas nesta disciplina e é papel da instituição e do professor promover maneiras de incentivar, inserir estratégias metodológicas e possibilitar que esse aluno obtenha o conhecimento necessário para garantir uma formação sólida no curso superior escolhido.

A esse respeito, Cury (2004) afirma:

Muitas vezes comentamos, em reuniões ou em congressos, o baixo nível de conhecimentos matemáticos com que os estudantes estão chegando à universidade. No entanto, mesmo que tentemos empurrar a responsabilidade para os níveis de ensino anteriores (com risco de chegarmos a 'culpar' a pré-escola pelos problemas!), sabemos que são esses os estudantes que temos e nossa responsabilidade – e nosso desafio – é levá-los a desenvolver as habilidades necessárias para compensar as dificuldades que apresentam, ao mesmo tempo em que procuramos despertar neles a vontade de descobrir as respostas às suas dúvidas (CURY, 2004, p. 123-124).

Para Rezende (2003) esse não é um problema exclusivo do Brasil e tampouco pode ser considerado problema cultural justificado pelo nível socioeconômico da população. Esse autor afirma que inúmeros trabalhos publicados - e com destaque na literatura especializada internacional - sobre o ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Superior demonstram que a situação do ensino de "Cálculo" não é diferente nem mesmo nos países considerados desenvolvidos.

Assim sendo, parece-nos correto afirmar que as instituições de ensino, tanto nacionais como internacionais, precisam repensar os conteúdos ensinados pela disciplina de Matemática que são necessários para a vida do aluno e refletir sobre as metodologias utilizadas, para que a aprendizagem seja possível e aconteça de forma apropriada. A indicação de que a Matemática é um problema na base de conhecimentos não resolve a situação de dificuldades e não garante mudanças na forma de ensinar e, muito menos, a obtenção de uma aprendizagem sólida.

Diante das dificuldades e das novas possibilidades educativas, Moran (2000) acredita ser necessária a mudança na maneira de ensinar, sugere que algumas metodologias devem ser remodeladas e indica que a tecnologia deve fazer parte do processo, não sendo mais possível manter as tradicionais estratégias de ensino e as mesmas posturas, ao apontar que

Muitas formas de ensinar hoje não se justificam mais. Perdemos tempo de mais, aprendemos muito pouco, desmotivamo-nos continuamente. Tanto professores como alunos, temos clara sensação de que muitas aulas convencionais estão ultrapassadas. Mas para onde mudar? Como ensinar e aprender em uma sociedade mais interconectada? (MORAN, 2000, p. 11).

A análise das avaliações educacionais implementadas no Brasil ao longo dos

últimos anos e a comparação de seus resultados fornecem informações que nos aproximam da questão abordada por Moran (2000), ou seja, indicam a necessidade de promover mudanças na forma de ensinar, de reavaliar os instrumentos metodológicos utilizados, bem como de introduzir novas tecnologias nos ambientes de aprendizagem. Destaca-se, portanto, o surgimento de novo paradigma no processo de aprendizagem.

Dessa forma, a necessidade de novos estudos, direcionamentos, posturas, metodologias, planejamentos, da proposição de novas ações nas instituições de ensino, enfim, de um novo olhar ao processo de ensinar e aprender é prontamente percebida, quando se analisam os resultados, geralmente pouco positivos, das avaliações que medem o grau de conhecimento dos alunos nos ensinos Fundamental e Médio, realizadas em âmbito nacional.

Para tanto, destacam-se, a seguir, considerações gerais acerca das avaliações da Prova Brasil e Pisa.

A Prova Brasil é desenvolvida pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Essa prova avalia, a cada dois anos, a aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática dos alunos da quarta série (quinto ano), da oitava série (nono ano) do Ensino Fundamental e terceiro ano do Ensino Médio e objetiva fornecer subsídios aos governantes nas decisões e direcionamento de recursos, além de direcionar à comunidade escolar a elaboração/definição de metas e a implantação de novas medidas pedagógicas e administrativas, para melhoria da qualidade do ensino (PORTAL MEC, 2020).

Conforme aponta Silva (2009), medições como a Prova Brasil tornam possíveis leituras da situação educacional de cada instituição escolar, dos municípios e dos estados. A partir disso, é possível a tomada de decisões políticas, pedagógicas, administrativas e financeiras mais eficazes para promover a melhoria da qualidade da Educação.

No ano de 2018, o Ministério da Educação (MEC) adotou critério com nota de corte para se medir o nível adequado de aprendizado em Português e Matemática para os ensinos Fundamental e Médio. Desde 1995, os estudantes faziam exames do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e eram distribuídos em até dez níveis de desempenho, sem estipular a partir de qual nível era considerado suficiente. No entanto, em 2018, o MEC definiu o nível 7 como o mínimo adequado a ser atingido

pelos alunos para medir o grau de aprendizagem.

O MEC entende que não é possível aceitar como adequada uma nota média em que a maioria dos alunos está dentro de um padrão considerado baixo de aprendizagem. O que acontece, na prática, é que realmente a maioria dos alunos não são capazes de resolver questões básicas em Matemática, não sabem ler um gráfico ou realizar operações fundamentais.

Os parâmetros passaram a ser mais rígidos e, nessa nova escala, a situação da Educação brasileira parece ser pior do que a realidade, afirma Tokarnia (2018).

Figura 1: Aprendizagem por estado - 3º ano do Ensino Médio - Prova Brasil



Fonte: <https://medium.com/@inep/resultados-do-saeb-2017-f471ec72168d>

A título de ilustração, foi escolhido para ser analisado, o gráfico referente ao terceiro ano do Ensino Médio, que aponta a comparação da aprendizagem na Prova Brasil, por estado entre os anos de 2011, 2013, 2015 e 2017, por se tratar do último ano que o aluno cursa antes de ingressar no Ensino Superior e, portanto, mais próximo do objeto de estudo desta pesquisa.

A Figura 23 permite observar que, de 2011 até 2017, não houve, de maneira geral, em todos os estados brasileiros, melhorias na aprendizagem quando se consideram os resultados dessa avaliação. Pelo contrário, esse resultado tem piorado ao longo dos anos, tendo o pico mais alto no primeiro ano observado, ou seja, o ano de 2011, primeiro ano da análise proposta. Esse resultado também indica que os alunos chegaram ao final do Ensino Médio despreparados para ingressar no Ensino Superior, visto que não alcançaram bons resultados nas avaliações.

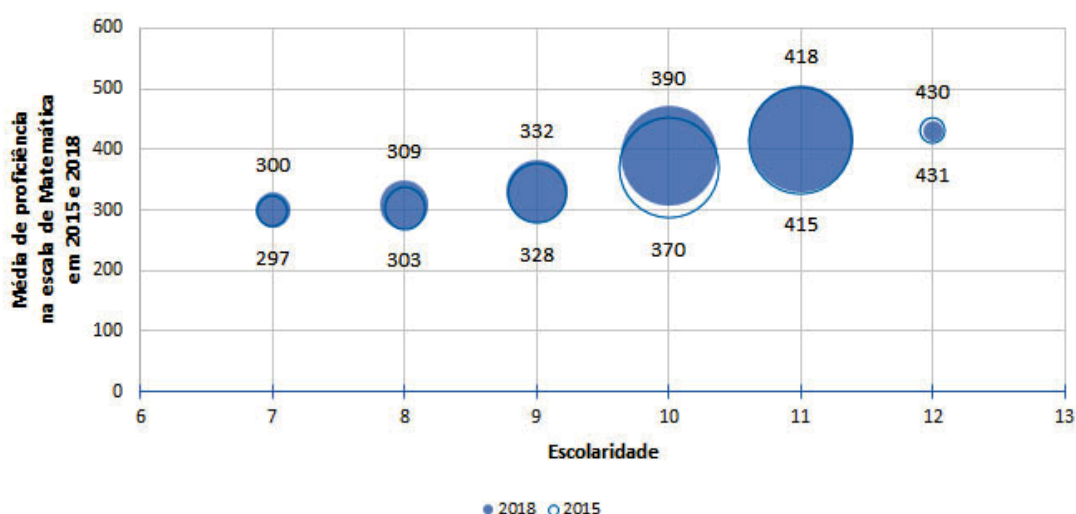
O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) é realizado pelo INEP, que é o órgão responsável pelo planejamento e pela operacionalização da avaliação no País. O PISA avalia três domínios, quais sejam: leitura, Matemática e

ciências e a cada edição é focalizado um domínio principal que terá mais itens no teste. É um estudo comparativo internacional, realizado a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). O resultado desse programa permite que cada país possa avaliar os conhecimentos e as habilidades de estudantes, na faixa etária de quinze anos em comparação com os demais países, com vistas à melhoria na qualidade e à equidade dos resultados de aprendizagens.

O baixo índice nos resultados do PISA realizado no Brasil, nos últimos anos, indica que o País não tem evolução significativa nos indicadores de leitura, Matemática e ciência, particularmente em Matemática, o que sinaliza um número significativo de alunos não domina conceitos básicos no componente curricular. Assim, ao ingressarem no Ensino Superior, os alunos poderão ter sérias dificuldades para compreenderem conteúdos que dependem de conceitos básicos dos ensinos Fundamental e Médio.

Na Figura a seguir, percebe-se a evolução da média de proficiência por ano de escolaridade entre os anos de 2015 e 2018 na área de Matemática no Pisa:

Figura 1: Evolução 2015-2018 por ano de escolaridade em Matemática – PISA 2018



Fonte: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf

A Figura 2 indica que houve discreta evolução dos resultados do Pisa obtidos entre os anos de 2015 e 2018, o que demonstra que não houve melhoria no desempenho dos alunos nem aprendizagens significativas na área da Matemática, que fizessem com que o resultado tivesse diferença percentual relevante. Este fator indica falta de conhecimentos preliminares que deveriam ter sido estudados e assimilados em

etapas anteriores, o que pode gerar prejuízo na aprendizagem e na assimilação de conteúdos no Ensino Superior, o que, por sua vez, pode contribuir para a incidência da repetência e da evasão escolar.

Desse modo, percebe-se que o modelo de prática metodológica usualmente utilizado nas instituições de ensino não garante bons resultados, como observado na análise dos resultados das avaliações externas que ocorrem no Brasil. Por outro lado, percebe-se, também, que essas avaliações necessitam ser repensadas, pois, muitas vezes, a forma pela qual é realizada pressupõe a preparação em massa de algumas escolas e alunos, a fim de se garantir um bom conceito nas avaliações, para que não sejam prejudicadas nos orçamentos financeiros educacionais, demonstrando um falso resultado da qualidade da Educação brasileira, conforme cita Frohlich (2011):

Nas últimas décadas, vê-se a estruturação de uma política de avaliação externa a fim de garantir uma 'qualidade' cada vez maior do ensino público. O financiamento educacional vem dependendo dos resultados obtidos nas avaliações externas realizadas pelos governos federal e estadual [...]. Devido ao financiamento da Educação estar ligado a essas avaliações, as escolas tentam preparar os estudantes para a realização das mesmas, para que atinjam melhores notas, dando ainda mais ênfase às disciplinas de Português e Matemática (FROHLICH, 2011, p. 89).

A qualidade da Educação não pode ser meramente relacionada à obtenção de pontuações em avaliações que tentam medir a capacidade de seus alunos e professores ou estabelecem *rankings* entre os indivíduos examinados, uma vez que as avaliações externas não conseguem medir o nível de qualidade da escola. Essa qualidade deveria estar relacionada à capacidade dos alunos, às reflexões que podem desenvolver, às possibilidades de superar desafios, produzir questionamentos e os tipos de soluções que poderiam criar. Ao mesmo tempo, essas avaliações não são capazes de medir nem de avaliar a capacidade do professor e dos profissionais da Educação que fazem parte da escola.

Em suma, uma Educação de qualidade segundo Casassus (2009, p. 74) deve estar relacionada à “[...] capacidade que a instituição escolar tem para facilitar que as pessoas se transformem em melhores pessoas, que a sociedade se transforme em melhor sociedade. É uma atividade de conhecimento transformador”.

Sobre esse mesmo entendimento Souza e Oliveira (2003) confirmam que:

[...] a avaliação legítima ‘valorações’ úteis à indução de procedimentos competitivos entre escolas e sistemas para melhorar pontuações nos rankings, definidos basicamente pelos desempenhos em instrumentos de avaliação em larga escala. Tal competição é garantida pela associação entre desempenho e financiamento, podendo redundar em critérios para alocação de recursos, que incidem, até mesmo, em remunerações diferenciadas dentro de sistemas de ensino que até a pouco trabalhavam com a noção de remunerações isonômicas (SOUZA; OLIVEIRA, 2003, p. 876).

Pelo contrário daquilo que se espera, as avaliações externas nos sistemas educacionais brasileiros e os seus índices tem provocado situações de incoerências e equívocos que pioram o sistema educacional ao invés de trazer benefícios, conforme nos aponta Saul (2015), ao afirmar que este é o momento de fortalecer a análise crítica, aliados na luta por uma Educação democrática e emancipatória:

Um sistema de avaliação que acena para uma Educação democrática, torna-se incoerente ao defender propostas meritocráticas, nas quais os índices resultantes de avaliações externas são os indicadores da qualidade da Educação. As avaliações externas, regidas pela lógica do controle, visam ao propósito de classificar alunos, escolas, professores, com a intenção de produzir rankings que servem tão somente aos propósitos do mercado [...] (SAUL, 2015, p. 1310).

Considerando o descompasso entre a realidade vivida pelos alunos, os resultados apresentados por eles e os índices/rankings das avaliações externas das instituições de ensino, observa-se que, ao ingressar na universidade e na transição da Matemática básica para a avançada, os alunos se deparam com desafios de toda natureza, a começar pela necessidade de adquirir e assimilar mais conceitos em menos tempo, possuir maior poder de reflexão, ter mais autonomia na aprendizagem, aumentar as leituras e dedicação para internalizar e conectar os conceitos e conhecimentos para produzir novos entendimentos.

Piva Júnior e Freitas (2011) reforçam esse entendimento e auxiliam nessa compreensão, quando apontam as consequências para a vida acadêmica do aluno na ausência da capacidade de abstração e assimilação dos conteúdos mais avançados no Ensino Superior:

A cada novo ano, a cada nova turma, o nível dos alunos que advém do ensino médio é mais e mais preocupante. A maioria chega ao nível universitário sem uma base adequada nas disciplinas de Português e Matemática. Não é incomum encontrarmos alunos com sérias dificuldades na interpretação de textos e na resolução de equações matemáticas. [...] O que se observa, de forma geral, é que o aluno

interessante em cursos superiores da área de computação e informática e que não possui ou não consegue desenvolver a competência de abstração de problemas, não consegue um bom desempenho em disciplinas iniciais do curso, tais como algoritmos, cálculo, álgebra entre outras. Desmotivado, a maioria dos alunos nessa situação escolhe dois possíveis caminhos: evadir do curso (e da instituição) ou mudar de curso (PIVA JUNIOR; FREITAS, 2011, p. 1488-1489).

Aos inúmeros desafios, alguns citados anteriormente, soma-se a necessidade de que o aluno aprenda ou reorganize os conteúdos básicos de Matemática das séries anteriores, a fim de avançar em uma etapa mais elaborada do ensino. Diante disso, o aluno se vê diante de uma grande frustração, uma vez que percebe que o ensino voltado a mera repetição e memorização de fórmulas e resoluções está longe de garantir-lhe sucesso, quando o que se pretende é o desenvolvimento de múltiplas habilidades, a utilização do raciocínio e da lógica para resolução de problemas e de situações.

Segundo Vitti (1999), é muito comum observamos nos estudantes o desinteresse pela Matemática e o medo da avaliação pode contribuir, em alguns casos, para o aumento dessa convicção, de que a Matemática é uma disciplina difícil e desinteressante.

De acordo com Brito (1996), não é a Matemática que produz atitudes negativas e, aparentemente, elas se desenvolvem ao longo dos anos escolares, muito relacionadas a aspectos pontuais: o professor, o ambiente na sala de aula, o método utilizado, a expectativa da escola, dos professores e dos pais, a autopercepção do desempenho etc.

Essas dificuldades podem ocorrer pelo nível de complexidade do conteúdo estudado, pelo fato de o aluno não ter afinidade pela área, por se sentir incapaz de aprender, pois aprendeu a dizer e ouvir que Matemática é uma disciplina difícil ou por fatores pessoais, psicológicos e até mesmo pedagógicos, que envolvem uma série de conceitos e que precisariam ser estudados especificamente em cada área.

Nesse sentido, Antunes (2008, p. 36) descreve que, para o aluno, “[...] seu interesse passou a ser a força que comanda o processo da aprendizagem, suas experiências e descobertas, o motor de seu progresso e o professor um gerador de situações estimuladoras e eficazes”.

O papel do professor nesse momento é direcionar suas ações para que o discente possa construir seu conhecimento. Deverá provocar e promover situações de

aprendizagem, estimular e estar junto no processo e colocar-se como parceiro do seu aluno. Deve-se ensinar aquilo que faz sentido e importância na vida do seu aluno para provocar estímulos e interesse e, assim, diminuir os fatores negativos em relação à aprendizagem de Matemática.

A partir desse contexto de tentativa de diminuição de dificuldades e de conquista de aprendizados mais significativos, pesquisas recentes têm mostrado que, especificamente, em relação à informática, sua utilização constitui uma poderosa ferramenta na superação de vários obstáculos inerentes ao aprendizado. O enfoque da informática educativa não é o computador como objeto de estudo, mas como meio para adquirir conhecimentos (VALENTE, 1999).

Entende-se que, atualmente, com a ajuda das Tecnologias Assistivas, são possibilitados ao aluno ambientes de aprendizagem mais ricos, com a visualização de conceitos e gráficos que podem facilitar a sua aprendizagem e auxiliar no desenvolvimento do raciocínio abstrato de maneira mais eficiente, permitindo-lhe uma aula dinâmica, em que ele tem oportunidade de testar, verificar, visualizar, analisar e descobrir novos conceitos. E para o professor, há uma mudança de seu *status*, pois abandona a posição de centro do saber e se torna aquele que proporciona e facilita o saber, ou seja, aquele que planeja, modifica, organiza maneiras diversificadas de discussão, de aprendizagem e de pesquisa, além de estimular e auxiliar seu aluno.

Para Bustamante (1996):

Não se trata de uma junção da informática com a Educação, mas sim de integrá-las entre si e à prática pedagógica, o que implica um processo de preparação contínua do professor e de mudança da escola. Ou seja, uma mudança de paradigma (BUSTAMANTE, 1996, p. 36).

E ainda, para Arruda (2004), o momento não é mais para discutir se o computador entra ou não entra na escola, mas, sim, como ele entra, como se ensina e como o professor trabalha com ele. As tecnologias já fazem parte e as instituições escolares e o professor precisa refletir sobre a melhor maneira de lidar com elas e de que forma pode passar a ensinar com o seu auxílio.

Nesse sentido, no processo de ensino, não é necessário que o aluno assimile alguma informação por meio de uma postura autoritária, ao longo dos anos percebeu-se que a afetividade, a interação do professor com seu aluno, o trabalho em conjunto na

sala de aula, seja por meio de trabalho em grupos, seja por discussões, pela inserção das tecnologias, tem um efeito mais benéfico e promove mais oportunidades para que o aluno conheça novos contextos, se desenvolva, pesquise e evolua ao longo do processo.

É inadmissível, para Saul (2015), a decisão de políticas públicas que propõem textos apostilados para serem “aplicados” aos alunos, nas salas de aula. Essa prática contraria uma pedagogia que busca a construção de saberes significativos por parte dos educandos, a partir da valorização e da superação de conhecimentos que eles já trazem em suas trajetórias de vida. Contradiz também a possibilidade de que os professores desenvolvam autoria e se assumam como conceptores de currículo.

Além disso, explica Fortunati (2009), os sistemas apostilados praticam um empobrecimento da função docente por dispensarem o professor da responsabilidade de escolher e experimentar algo diferente. Nesse sentido, pode-se dizer que a padronização do conteúdo não respeita o desenvolvimento do aluno, porque os conteúdos estão prontos e as atividades nem sempre levam em conta o desenvolvimento cognitivo e a realidade dos alunos, nem a autonomia do professor, porque ele precisa cumprir todo o conteúdo dentro de um período determinado. Assim, não se respeita o tempo de ambos: o do aluno, para aprender; e o do professor para ensinar.

O professor, segundo Pires (2002), precisa ter conhecimentos relativos aos conteúdos matemáticos e à natureza da Matemática, de modo a sentir-se à vontade quando a ensina; deve ser capaz de relacionar ideias particulares ou procedimentos dentro da Matemática, de conversar sobre ela e de explicar os juízos feitos e os significados e razões para certas relações e procedimentos. Para isso, o professor precisa ter uma compreensão profunda da Matemática, da sua natureza e da sua história, do papel que ela tem na sociedade e na formação do indivíduo.

Ademais, a qualidade da comunicação na sala de aula, conforme nos apontam Alro e Skovsmose (2006), interferem na qualidade da aprendizagem de Matemática, e a qualidade da comunicação é mais do que a transferência de informação de uma pessoa para outra, ela é marcada pelo envolvimento, pela interação de duas pessoas ao longo do processo por uma expectativa de mudança.

Considera-se, portanto, importantes tanto a formação do professor, quanto a maneira que ele pensa e planeja as suas ações e atividades em sala de aula, a escolha

das metodologias adotadas para cada processo de ensino e aprendizagem, as formações continuadas realizadas, a sua relação com o aluno, a forma pela qual ele se comunica e interage para auxiliar na produção de conhecimento.

Assim, a partir de todas essas mudanças somadas ao uso adequado das Tecnologias Assistivas no ensino da Matemática é possível: diminuir as dificuldades de aprendizagem; permitir que os alunos possam ter mais autonomia; desenvolver o raciocínio, o senso crítico e aumentar sua autoestima; transformar os exercícios e conceitos complicados e em algo mais fácil, mais objetivo e com significado.

À medida em que o professor se aproxima dos seus alunos, entende a suas realidades e as respeita, planeja-se e conecta-se a eles, possibilita a construção do conhecimento e o desenvolvimento de habilidades cognitivas, por meio da orientação em atividades diversificadas de reflexão, da busca de informações e do confronto de ideias, e torna-se possível o sucesso na aprendizagem e a superação de possíveis dificuldades no ensino de Matemática.

2. O Ensino de Matemática: práticas predominantes

A disciplina de Matemática, por sua relevância educacional e por estar ligada a diversas atividades rotineiras da vida e da vivência dos sujeitos, torna-se indispensável no meio social e no cotidiano das pessoas. A Matemática está presente em diversas atividades domésticas e profissionais, como nas compras, na culinária, nas artes, na música, no suporte a diversas áreas de estudo, tanto para embasar a construção de sistemas eletrônicos, além de ser fundamental para calcular distâncias e até mesmo para criar e organizar variados tipos de jogos e esportes.

Paulo Freire, em entrevista concedida a D'Ambrosio (1996), concorda com a presença constante da Matemática no cotidiano. Afirma que, quando acordamos e caminhamos para o banheiro, já começamos a fazer cálculos matemáticos. Quando a gente olha o relógio, por exemplo, já estabelece a quantidade de minutos que tem, se acordou mais cedo, se acordou mais tarde, para saber exatamente a hora em que vai chegar à cozinha para tomar o café da manhã, a hora que vai chegar ao carro que vai levar ao seminário, para chegar às oito. Quer dizer, ao despertar os primeiros movimentos, dentro do quarto já são movimentos matematizados.

Entretanto, são raras as vezes em que a Matemática é apresentada e explicada

para os alunos de maneira prática, de forma que demonstre a sua utilidade e, muitas vezes, os alunos não conseguem fazer a conexão da Matemática com as atividades comuns do cotidiano e torna-se, assim, difícil entender a sua necessidade e as suas potencialidades para auxiliar no desenvolvimento intelectual das pessoas.

Nesse sentido, Tahan (1961) assevera que:

Muitos professores, dedicados e eficientes, orientam os seus trabalhos de classe na ilusão de que devem ensinar o difícil (que não tem aplicação). Essa maneira de encarar o ensino da Matemática é antididática e errônea. Deve-se ensinar bem o fácil, o que é básico e insistir nas noções conceituais. É um crime atormentar o aluno com teorias inúteis difíceis ou trabalhosas. Teorias complicadas e obscuras fazem no espírito do aluno verdadeira aversão e intolerância pela Matemática (TAHAN, 1961, p. 104).

No imaginário do aluno, a disciplina se torna distante, assim como a possibilidade de aprender os seus conteúdos, uma vez que o discurso predominante e as metodologias utilizadas pelo professor geram crenças e opiniões limitantes de que a Matemática é inacessível para a maioria das pessoas, devido às suas características e sua pequena ou nenhuma utilização real na vida.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (2000), justifica-se a presença da Matemática no currículo escolar, pois ela:

[...] permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Da mesma forma, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio do aluno (BRASIL, 2000, p. 15).

E ainda, considera D'Ambrosio (1993) que a Matemática, devido à sua complexidade, perpassa todas as áreas do conhecimento e possui implicações sociais, políticas e econômicas, e deixa sua marca e contribuição ao longo dos anos:

Hoje é impossível trabalhar em ciências biomédicas, por exemplo, sem um instrumental matemático sofisticado. A sociedade como um todo está impregnada de Matemática, a ponto de um famoso artigo publicado na década de setenta na revista *The Economist* de Londres ter, como título, "*You can't be a citizen of the XXth century without Mathematics*". Com o advento da Informática, essa importância ainda se acentua. E isso não é menos verdade nas chamadas ciências humanas. As vertentes mais ricas da Antropologia têm na Matemática um importante instrumento de trabalho, bem como a Psicologia. Da mesma maneira a História, incluída a Pré-História e a Paleografia,

assim como a Linguística. E a História da Arte recorre frequentemente à Matemática, assim como a própria arte (D'AMBROSIO, 1993, p. 8).

De maneira geral, muitas áreas de estudo necessitam da Matemática para existirem e se desenvolverem. Portanto, não é possível viver, estudar, pesquisar, criar instrumentos e objetos sem o auxílio da Matemática, que se faz presente na vida das pessoas e nas diversas áreas, tais como, na saúde, Geografia, Informática, Artes e História. A Matemática é, dessa forma, fundamental e deve ser apresentada aos alunos de maneira a incentivá-los a valorizar e buscar o seu entendimento, despertar o interesse e a vontade em aprender.

O ensino da Matemática passou por fases diversificadas e, pouco a pouco, foi-se consolidando a área, aumentou as pesquisas e apontou para a valorização e mudança dos objetivos do ensino dessa disciplina e das formas de ensinar. As tradicionais metodologias e práticas têm sido analisadas e alterações são solicitadas mundialmente, o que finda por se refletir em estudos e movimentos de transformações também no Brasil.

Segundo Campos e Nunes (1994), ao considerarmos o significado da Educação Matemática, há a criação e o desenvolvimento de uma nova disciplina a partir da mudança da sociedade, do mundo, dos objetivos e da concepção de ensino o que acarreta a mudança também do professor.

Conforme nos assegura Pinto (2005) busca-se romper a velha tradição para abrir um novo caminho de ensino e aprendizagem nas instituições:

No Brasil, desde 1928, a velha tradição memorística e fragmentada do ensino tradicional de Matemática já era criticada, em nosso país, por um dos mais ilustres protagonistas da renovação, o catedrático e diretor do Colégio D. Pedro II, do Rio de Janeiro, professor Euclides Roxo, ao propor a junção da Aritmética, Álgebra e Geometria em uma única disciplina denominada Matemática (PINTO, 2005, p. 26).

Duarte (2019) nos informa que Euclides Roxo foi o primeiro a se preocupar em inserir no Brasil o ponto de vista do moderno movimento de reforma iniciado na Alemanha. Euclides Roxo foi professor de Matemática nas primeiras décadas do século XX do Colégio Pedro II, uma tradicional instituição de ensino público federal, localizada no estado do Rio de Janeiro. Roxo se preocupou com propostas pedagógicas para modernização do ensino de Matemática no Brasil.

Nesse movimento de reforma iniciado na Alemanha, os conceitos deveriam obedecer a uma sequência que facilitasse o aprendizado dos conteúdos da Matemática. Assim, necessário seria partir de um conhecimento intuitivo para depois atingir a forma mais abstrata e formal que a Matemática adquiriu através dos séculos, sendo indispensável para os professores a construção de uma base sólida em História da Matemática.

Conforme os apontamentos de Duarte (2019) para ensinar Matemática na visão de Euclides Roxo, era fundamental fazer a interrelação com as demais disciplinas, uma vez que a finalidade da Matemática era preparar o aluno para a vida, utilizando aplicações práticas para torná-lo cidadão que vive em uma sociedade democrática. A intenção era motivar o aluno para aprender de maneira mais eficiente, por meio de atividades inovadoras no ensino nas instituições escolares, assim como atrair pessoas para estudos aprofundados de Matemática no Ensino Superior.

Os primeiros educadores matemáticos, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), tinham como foco a elaboração de livros-textos e a criação dos primeiros manuais de orientação didático-pedagógica de Matemática. E, entre vários autores, destaca-se Júlio César de Mello e Souza (Malba Tahan) que se diferenciava pela quantidade e pela qualidade das suas publicações.

Malba Tahan ensinava Matemática com arte, com conhecimento e com sabedoria, segundo Lorenzato (1995), e indicava novas alternativas, divulgava suas ideias em uma época que para ser bom professor era suficiente conhecer Matemática e nas salas de aula, prevalecia um ensino baseado na autoridade do professor, na utilização do quadro negro, visando a regras e definições de um conteúdo que, por muitas vezes, não teria nenhuma finalidade na vida do aluno e que não fazia sentido para ele. Aprender era sinônimo de reproduzir, de decorar, de repetir.

Nota-se pelos estudos sobre Malba Tahan, que ele era um educador além do seu tempo, apresentava considerável preocupação com quem ia aprender, pensava de maneira diferente da sua época e conseguia identificar as dificuldades e problemas do tipo de ensino que prevalecia naquele momento. O ensino, como era apresentado, era mecânico e de mera repetição de normas e comportamentos, o que tornava distante para o aluno o prazer em aprender, o entendimento sobre a utilização do que era ensinado, a participação ativa e a reflexão.

Freire (1996), contrariamente a esse tipo de ensino, assegura que:

É exatamente neste sentido que ensinar não se esgota no “tratamento” do objeto ou do conteúdo, superficialmente feito, mas se alonga à produção das condições em que aprender criticamente é possível. E essas condições implicam ou exigem a presença de educadores e de educandos criadores, instigadores, inquietos, rigorosamente curiosos, humildes e persistentes. Faz parte das condições em que aprender criticamente é possível a pressuposição por parte dos educandos de que o educador já teve ou continua tendo experiência da produção de certos saberes e que estes não podem a eles, os educandos, ser simplesmente transferidos. Pelo contrário, nas condições de verdadeira aprendizagem os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador, igualmente sujeito do processo. Só assim podemos falar realmente de saber ensinado, em que o objeto ensinado é apreendido na sua razão de ser e, portanto, aprendido pelos educandos (FREIRE, 1996, p. 13).

Nesse sentido, para Corrêa (1995), o aluno, além de possuir as condições físicas e emocionais necessárias ao aprendizado, precisa querer aprender e estar disposto a despendar o esforço necessário ao aprender. Cabe ao professor criar um clima favorável a essa disposição do aluno. É nessa perspectiva que o professor deve atuar como um facilitador da aprendizagem, como aquele que cria um clima propício para que o aluno possa construir os próprios conhecimentos.

O mesmo raciocínio está apontado nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (2000):

Além de organizador, o professor também é consultor nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. Nessa função, faz explicações, oferece materiais, textos, etc. (BRASIL, 2000, p. 40).

Todavia, as práticas que ainda prevalecem nas instituições educacionais reportam ao modelo tradicional de ensino que já se tornou ultrapassado e, dessa forma, os professores sentem a necessidade de se atualizarem, buscarem novas formações, estratégias e metodologias diferenciadas que possam atender às necessidades atuais de ensino.

Para D'Ambrosio (1989), a típica aula de Matemática, de primeiro, segundo ou terceiro graus é a aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e, em seguida, procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição

na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. O que leva a pensar que a concepção de aprender Matemática e resolver problemas é possível a partir de um processo de transmissão de conhecimento e de procedimentos determinados pelo professor.

No entendimento de muitos professores, conforme aponta D' Ambrosio (1989), o aluno aprende à medida que faz muitos exercícios, repete a mecânica ensinada pelo professor. Não há oportunidade nem necessidade de criar e pensar nada novo, nem mesmo uma solução mais interessante. Diante disso, afirma que:

O aluno assim, passa a acreditar que na aula de Matemática o seu papel é passivo e desinteressante. Uma das grandes preocupações dos professores é com relação à quantidade de conteúdo trabalhado. Para esses professores o conteúdo trabalhado é a prioridade de sua ação pedagógica, ao invés da aprendizagem por aluno. É difícil o professor que consegue se convencer de que seu objetivo principal do processo educacional é que os alunos tenham o maior aproveitamento possível, e que esse objetivo fica longe de ser atingido quando a meta do professor passa a ser cobrir a maior quantidade possível de matéria em aula (D'AMBROSIO, 1989, p. 16).

Nesse sentido, permanecem as características típicas da escola tradicional, que não se preocupa com as vivências dos alunos e tem o professor como centro do processo, como o detentor do saber, o responsável em transferi-lo ao aluno. Essa ideia remete ao que Freire (1996) denomina de Educação Bancária, entendida como o processo de assistência em que o docente transmite conhecimentos para os alunos que são considerados como uma tábula rasa, carentes de conhecimentos e aguardam, passivamente, pelo depósito de informações.

Essa metodologia, mecanizada e expositiva, que utiliza a cópia, repetição de “decorar fórmulas”, de acordo com Resende e Mesquita (2013), é um dos motivos das dificuldades em aprender Matemática pelos alunos e não proporciona o entendimento do conteúdo:

Os próprios alunos afirmam que “decorar fórmulas” se torna uma grande dificuldade para o aprendizado da Matemática, neste ponto os professores assumindo uma atitude de educador que se preocupa efetivamente com o aprendizado se preocupará com a construção desse aprendizado pelos alunos, o que com a participação dos educandos no processo evitará o decorar e favorecerá o entendimento. É de comum acordo entre os professores que quando o aluno entende o que está fazendo, assimila com maior facilidade e o decorar se restringe à utilização automática da fórmula e não ao decorar sem motivos conscientes. Os educadores pedem cursos de

formação continuada neste ponto, onde se deverá discutir formas e técnicas de construção de conhecimento objetivo, juntamente com os alunos. O trabalho coletivo entre todos os envolvidos no processo ensino-aprendizagem, com certeza, favorecerá o processo (RESENDE; MESQUITA; 2013; p. 210).

Nesse mesmo direcionamento, entende-se que a ideia permanente de que os alunos devem seguir caminhos únicos para chegar a uma determinada resposta, que deve ser sempre repetido o caminho realizado pelo professor ao ensinar aquele conteúdo e que a resposta a ser alcançada é sempre aquela que está indicada pelos livros didáticos faz com que os alunos se sintam presos a buscar sempre a resposta certa e a chegar a resultados que já estão programados e, dessa forma, ficam restritos à repetição, o que prejudica a reflexão e a obtenção de explicação sobre caminhos diferentes para se chegar a um mesmo resultado. Alro e Skovsmose (2006) confirmam que:

O professor, o livro-texto, o livro de respostas fazem parte de uma autoridade única, que esconde a natureza das razões das correções. Os alunos não são apresentados a uma argumentação, mas a uma autoridade aparentemente uniforme e consistente, muito embora os reais motivos para as correções possam ser bem outros. Alguns se apoiam em aspectos matemáticos, outros em questões práticas da organização do processo educacional, etc. Em todo o caso, todos os erros são tratados como absolutos; eles são indicados pelos professores sem explicação ou argumentação sobre o que deveria ter sido feito de forma diferente e porquê. Além disso, a generalidade das correções permanece intocada e inquestionável. A causa disso é que as correções não são contextualizadas, mas formuladas em termos gerais, sem fazer referência ao processo de solução do problema (ALRO; SKOVISMOSE, 2006, p. 25).

Diante da estrutura de ensino que até então prevalecia nas décadas de 1960 e 1970 nas instituições escolares, professores e alunos sentiam-se aprisionados ao sistema, o professor se angustiava por não conseguir trabalhar com situações da realidade dos alunos e, ao mesmo tempo, havia dificuldade em transmitir conhecimento e em produzir reflexões sobre as temáticas propostas nos livros didáticos. Muitas vezes, os exemplos, os problemas, as contextualizações eram distantes daquilo que os alunos vivenciavam e conheciam, o que dificultava sobremaneira o entendimento e a construção de conhecimento. Ideia semelhante pode ser observada na declaração de Pinto (1968):

[...] E como poderia abrir o raciocínio de alguém? Estava convicta de não poder fazer milagre, mas incomodava-me o fato de a maioria dos alunos não conseguir caminhar sozinho. Andando pelo corredor das carteiras enfileiradas, senti, no silêncio medroso dos alunos, uma intuição pedagógica e pensei: está tudo errado o que estou fazendo. Os problemas desse livro são feitos para São Paulo. Aqui é um cantinho do Brasil bem diferente de lá. O autor pensou que todos os alunos do Brasil fossem iguais aos paulistas. E, num estalo falei para a classe: Fechem os manuais. A partir de hoje, não os usaremos mais. Faremos o nosso. Ainda, no fundo da sala, ouvi o suspiro de alívio dos alunos e senti a corrente de novo ar que entrava pela sala. Lá fora, o vento começava a varrer as ruas (PINTO, 1968, p. 10).

Nas décadas de 1960 e de 1970 já havia o entendimento de que o ensino não é obtido por meio de construção de fórmulas mágicas, nem de repetição de ideias já existentes e que a postura do professor e a maneira de enfrentar o processo possui mais validade. Nesse sentido, o professor deveria colocar-se como parceiro de seu aluno, para possibilitar situações que pudesse criar conhecimentos de forma colaborativa.

E os novos entendimentos sobre o ensino da Matemática, dessa maneira, apontam que a aprendizagem deve fazer sentido para o aluno. Por outro lado, o professor deve planejar atividades compatíveis com a realidade desse aluno e, de forma criativa, inserir métodos que proporcionem aprendizagens interessantes, que instiguem o raciocínio e a capacidade de resolver problemas, a fim de produzir conhecimentos significativos.

Ao observar os Parâmetros Curriculares Nacionais da Matemática, identifica-se que:

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino da Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação [...]. Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz [...] (BRASIL, 1998, p. 37).

Nota-se, dessa forma, que os métodos utilizados pelos professores no ensino de Matemática devem contribuir para a aprendizagem significativa dos alunos a partir de um arsenal de estratégias e ações definidas e desenvolvidas a partir das experiências de cada pessoa. A organização de atividades e a troca de ideias entre os participantes do processo são fundamentais. Na convivência e na interação de alunos com professores há abertura para o diálogo, há espaço para o novo e, dessa forma, buscam aprender

juntos, conversam, trocam informações, complementam-se e passam a respeitar uns aos outros.

Conforme aponta Libâneo (1994):

A interação professor-aluno é um aspecto fundamental da organização, tendo em vista alcançar os objetivos do processo de ensino: transmissão e assimilação dos conhecimentos, hábitos e habilidades. Entretanto, esse não é o único fator determinante da organização do ensino, razão pela qual ele precisa ser estudado em conjunto com outros fatores, principalmente a forma de aula (atividade individual, atividade coletiva, atividade em pequenos grupos, atividade fora da classe etc.) (LIBÂNEO, 1994, p. 249).

As tendências de investigação “em alta” na Educação Matemática nos anos 1990 para Kilpatrick, citado por Fiorentini e Lorenzato (2006), são processo de ensino-aprendizagem, mudanças curriculares, utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), prática docente, crenças, concepções, saberes práticos, conhecimentos e formação profissional do professor, práticas de avaliação e contexto sociocultural e político.

Para Skovsmose (2001), o movimento entre os diferentes ambientes possíveis de aprendizagem causará certa incerteza que não deve ser eliminada, mas, sobretudo enfrentada, diagnosticada e investigada. E, com isso, as melhorias na Educação Matemática se tornam estritamente relacionadas à quebra de velhos hábitos e métodos tradicionais de ensino.

A utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação, por exemplo, como apoio ao ensino de Matemática, por ser um recurso interessante e atual, promove interesse na aprendizagem, pois ela faz parte da vida do aluno e de todas as pessoas de maneira geral, sendo capaz de aguçar a curiosidade em aprender.

Conforme aponta Francisco (2009):

A presença do recurso da tecnologia da comunicação nas aulas de Matemática é justificada pela forte presença da tecnologia na transformação da sociedade, por sua influência nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas. Há uma defesa de que o uso das tecnologias estabeleceu novas formas de comunicação e aquisição de conhecimento. Os autores recomendam a utilização de computadores, *softwares*, calculadoras, vídeos e rádios como instrumentos a serem utilizados em sala de aula (FRANCISCO, 2009, p. 60).

Sobre a inserção das TIC no ambiente escolar, apontam Fiorentini e Lorenzato

(2006) que:

A utilização de calculadoras e audiovisuais como recursos para o ensino e a aprendizagem da Matemática começou a atrair o interesse de pesquisadores em EM com mais intensidade a partir dos anos de 1970. O aparecimento de novas tecnologias como o computador, a televisão e a Internet, tem levado educadores matemáticos a tentar utilizá-las no ensino. A partir da década de 1990, surge, então, uma nova terminologia no meio educacional: TICs. As TICs resultam da fusão das tecnologias de informação, antes referenciadas como informática, e as tecnologias de comunicação, denominadas anteriormente como telecomunicações e mídia eletrônica. Elas envolvem a aquisição, o armazenamento, o processamento e a distribuição da informação por meios eletrônicos e digitais, como rádio, televisão, telefone e computadores (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 45).

Nota-se que as novas tendências para o ensino de Matemática nos anos de 1990 passaram a visualizar a inserção paulatina das TDIC (Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação) na sala de aula, o que é possível também a partir da crença e da concepção do professor em relação à sua prática docente. Inicia-se a busca por uma nova visão de ensino e aprendizagem e de novas formas de relacionamento com o aluno, pela inserção de instrumentos que podem auxiliar no processo e trazem a realidade do aluno para dentro da escola, tornando os conteúdos interessantes e mais acessíveis a vida do aluno. Conhecer o aluno e saber da sua realidade, e seus interesses passa a fazer parte do universo escolar.

A História da Educação no Brasil tem indicado caminhos, papéis, deveres e estigmas que se modificam através do tempo, à medida que a sociedade, a família e a escola também mudam.

A função do educador se altera e torna-se um desafio diante das transformações por que passa a Educação. O professor, qualquer que seja o nível em que atue, pode - e deve - buscar razões e motivações próprias para alcançar seus objetivos como educador e promover o alcance dos objetivos dos educandos (RESENDE; MESQUITA; 2013; p. 200).

Por fim, nota-se que as percepções sobre a aprendizagem de Matemática são construídas pelo professor ao longo de sua vida e de sua carreira e estão relacionadas à sua história de vida, à sua experiência acadêmica e profissional e ao contexto sócio-histórico ao qual pertence. Por isso, a formação inicial e continuada, as experiências profissionais e a carreira docente contribuem para a construção das concepções

pedagógicas e molda e transforma o seu modo de pensar e de agir em sala de aula, com o intuito de construir uma didática compatível aos anseios da sociedade e aos objetivos fundamentais de cada época.

3. Aspectos históricos sobre a aprendizagem de surdos

Historicamente, o tratamento especializado e a dedicação ao ensino de pessoas surdas são recentes. As pessoas com deficiência e os surdos eram vistos com desprezo, sem possibilidade de participação social e sem oportunidade de inserção nas atividades educativas, de trabalho ou em qualquer outra instância da vida. Eram tidos como inúteis e incapazes de assinar qualquer documento, de decidir seu destino e de viver de forma digna.

De acordo com Strobel (2008), a presença do povo surdo é tão antiga quanto a humanidade pois sempre existiram pessoas surdas. O que acontece, todavia, é que, nos diferentes momentos históricos, nem sempre eles foram respeitados em suas diferenças ou mesmo reconhecidos como seres humanos.

As pessoas surdas eram comparadas a bruxos, consideradas possuidoras de espíritos maus e até mesmo julgadas como incapacitadas. O fato de nascerem com alguma deficiência motora, dificuldade de locomoção ou incapacidade sensorial era relacionado à ausência de capacidade cognitiva e intelectual. E, nesse sentido, eram excluídas do convívio, pois era comum acreditar que elas não poderiam raciocinar nem tomar decisões, muitas vezes inclusive dentro da própria família.

Conforme afirma Monteiro (2006),

Em décadas passadas, existiam famílias ouvintes que “escondiam” os filhos surdos pela “vergonha” de ter concebido uma criança fora dos padrões considerados normais; e por isso os surdos quase não saíam de casa ou sempre ficavam acompanhados dos pais. A comunicação dos pais com os filhos surdos era muito complexa, pois esses não sabiam a Língua de Sinais e também não a aceitavam; achavam que era “feio” fazer “gesto” ou “mímica” (não Língua de Sinais) como forma de comunicação com sua criança e, conseqüentemente, não aceitavam a língua de sinais como a primeira língua dos surdos. Os filhos Surdos, por sua vez, sentiam-se “isolados” e sem comunicação alguma. Desse modo, muitas vezes criavam “complexos” e/ou ficavam “nervosos” (MONTEIRO, 2006, p. 294).

A Idade Média foi considerada a Idade das Trevas, período em que algumas doenças tinham as suas justificativas baseadas em conhecimentos religiosos e

sobrenaturais e eram relacionadas a espíritos malignos. E, dessa forma, caso a pessoa tivesse uma parte do corpo deformada, por exemplo, ou alguma incapacidade sensorial, considerava-se que essa pessoa possuía também problemas mentais, pois se tratava de pessoas com diferenças em relação às demais e, portanto, eram consideradas inferiores. Esse sentimento e julgamento podem explicar muitos pensamentos preconceituosos e de exclusão que ainda persistem, atualmente, em nosso meio.

A respeito desse pensamento de considerar os deficientes como seres amaldiçoados, assegura Silva (1987) que, ao se verificar a História da deficiência, é possível constatar que sempre houve a marginalização dessas pessoas e geralmente ligada a ideia de que as deficiências físicas ou mentais e outras doenças eram causadas por espíritos maus, demônios ou uma forma da pessoa pagar por pecados. A deficiência era vista como indicativo de certo grau de impureza e de pecado o que, de uma certa maneira, justificava o fato de serem tolerados pela sociedade, restando às pessoas deficientes o destino de esmolar.

Perello e Tortosa (1978) e Ghirardi, (1999) complementam que, historicamente, as pessoas com deficiência foram consideradas ora amaldiçoadas, ora seres semidivinos, entretanto,, sempre foram excluídas do contexto social e vistas como objetos de caridade da comunidade.

Os surdos, na Antiguidade, eram desprezados do convívio social e eliminados, uma vez que mantê-los vivos era uma forma de traição em uma sociedade que entendia os surdos como criaturas não produtivas de quem nada se podia esperar de bom.

Em relação a esse apontamento, Amaral (1995, p. 49) cita Sêneca, o filósofo, que afirmava: “Nós sufocamos os pequenos monstros; nós afogamos até mesmo as crianças quando nascem defeituosas e anormais: não é a cólera e sim a razão que nos convida a separar os elementos sãos dos indivíduos nocivos”.

Nota-se que o sentimento na Antiguidade não era de compaixão ou de arrependimento. O pensamento era matar e/ou desprezar os diferentes, os deficientes, os defeituosos, porque eles não eram iguais aos outros, a maioria. A justificativa, nesse caso, era que o comportamento, ditado pela razão, estava correto,

pois estavam eliminando pessoas que poderiam fazer mal para alguém e, portanto, havia explicação e fazia sentido para a sociedade.

Aos surdos não era dado o direito de serem educados formalmente e, nessa época, havia uma negação ao diferente e, por sua vez, a não aceitação dessas pessoas às atividades normais humanas. Por isso, ou as pessoas deficientes eram desprezadas ou exterminadas.

Com o advento do Renascimento e o avanço da ciência, segundo Silva (1987) inicia-se a preocupação e a atenção às pessoas com deficiências e o empenho para entender os problemas vividos por aqueles que sempre foram deixados de lado pela sociedade. O atendimento às pessoas com deficiência auditiva foi um grande marco, já que até então eram marginalizados pela sociedade como seres possuídos pelo mau espírito, aqueles que não escutavam, não falavam, logo não poderiam ser educados.

A despeito da exclusão sofrida pelos surdos, localizam-se registros de processos de ensino/aprendizagem para as pessoas com deficiência, desde os séculos XVI, apesar de não haver estabelecimentos dedicados ao ensino para surdos nessa época.

No final do século XV, afirma Rinaldi (1998) que não existiam escolas especializadas para surdos e que as pessoas ouvintes tentavam ensinar os surdos a falar e a escrever, tais como: Giralamo Cardomo, italiano que usava a linguagem escrita e sinais e o Padre espanhol beneditino Pedro Ponce de Leon, que utilizava treinamento de voz, leitura dos lábios e sinais com os surdos da época.

Segundo Goldfeld (1997, p. 25), “[...] o monge beneditino espanhol Pedro Ponce de Leon (1520-1584), ensinou quatro surdos, filhos de nobres, a falar grego, latim e italiano, além de ensinar-lhes conceitos de Física e Astronomia.” E ainda, de acordo com Goldfeld (1997), o monge Pedro Ponce de Leon teria dedicado boa parte de sua vida à Educação de surdos filhos de nobres e aristocratas, de modo que eles pudessem ter direito à herança, a votar e à participação social e, para isso deveriam ser capazes de falar, ler, escrever, fazer contas, rezar e confessar-se, fazendo uso da oralização. O monge Pedro Ponce de Leon usava como metodologia de ensino a datilologia, a escrita e a oralização.

Para Rinaldi (1998), nos séculos seguintes, destacam-se alguns professores especializados no ensino de surdos, tais como: Ivan Pablo Bonet (Espanha), Abbé

Charles Michel de L'Épée (França), Samuel Heinicke e Moritz Hill (Alemanha), Alexandre Graham Bell (Canadá e EUA) e Ovide Decroly (Bélgica). Cada professor utilizava um método diferente que considerava o mais indicado para o ensino de surdos. Alguns priorizam os sinais outros a linguagem oral e havia aqueles que faziam a combinação entre as duas. E foi no século XVII que L'Épée, precursor no uso da Língua de Sinais, reuniu surdos dos arredores de Paris e criou a primeira escola pública para surdos.

No Brasil, a Educação de surdos teve início no governo Imperial de D. Pedro II e, de acordo com Strobel (2008), Guarinello (2007) e Rinaldi (1997), o professor francês, que ficou surdo aos doze anos, Hernest Huet, foi convidado por D. Pedro II para fundar a primeira escola para surdos no Brasil, o Instituto Imperial de Surdos-Mudos, no Rio de Janeiro. O professor francês Hernest Huet era surdo e partidário de L'Épée e usava o método combinado.

A criação do Instituto Imperial de Surdos-Mudos se deu em 26 de setembro de 1857 e atualmente é denominado de Instituto Nacional de Educação de Surdos – INES, uma vez que o termo surdo-mudo não é mais utilizado devido aos novos entendimentos sobre a surdez, conforme citam Veloso e Maia (2012):

É incorreto dizer surdo-mudo ou que o surdo é mudo. Ele não é mudo, pois as pessoas não apresentam deficiência ou limitações no aparelho fonador. Apague esta ideia. É um termo pejorativo, inadequado e sem fundamento científico. Muitas pessoas surdas não falam porque não aprenderam a falar, outras fazem a leitura labial e outras não. Os surdos podem aprender a falar se forem estimulados junto ao profissional de fonoaudiologia (VELOSO; MAIA, 2012, p. 19).

A expressão “deficiente auditivo” também foi problematizada e a comunidade surda o recusou, por trazer uma conotação negativa, indicando que há falta ou alguma falha. E de acordo com a pesquisadora surda Strobel (2008, p. 35) “[...] a terminologia deficiente auditivo é rejeitada, porque define o surdo segundo sua capacidade ou ausência de ouvir e não a presença de uma cultura linguística diferente”.

Com base nos dados do sítio eletrônico do INES do Governo Federal, a História da Educação de surdos no Brasil inicia-se com a criação desse Instituto. A data de início de funcionamento é janeiro de 1856, sendo a mesma data da publicação da proposta de ensino apresentada por Huet. Essa proposta continha as disciplinas de

Língua Portuguesa, Aritmética, Geografia, História do Brasil, Escrituração Mercantil, Linguagem Articulada, Doutrina Cristã e Leitura sobre os Lábios. (INES, 2020)

O Instituto Nacional de Educação de Surdos segundo Fini (2017), é reconhecido pelo MEC como centro de referência nacional na área da surdez, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, com uma proposta de Educação Bilíngue. A Língua Brasileira de Sinais - LIBRAS, sendo considerada a primeira língua, e a Língua Portuguesa, a segunda língua, nas modalidades de leitura e escrita, tem por objetivo a aprendizagem da Libras para se comunicar, interagir e trocar informações com seus colegas da escola, professores, funcionários e familiares e a Língua Portuguesa para que possa comunicar-se em ambientes diversos, já que a Língua Brasileira de Sinais não é utilizada pela sociedade, de maneira geral.

Conforme Fini (2017), o Instituto de Educação de surdos é o único em área nacional e por isso atende alunos surdos de vários estados, municípios e até de outros países. Além de promover fóruns, seminários, congressos, pesquisas e assessorias em todo o território nacional, forma profissionais surdos e ouvintes no Curso Bilíngue de Pedagogia no nível de Graduação.

Pode-se dizer, de acordo com Sá (2004) que a história dos surdos se resume dessa forma:

[...] Em síntese, a história dos surdos, contada pelos não-surdos, é mais ou menos assim: primeiramente os surdos foram “descobertos” pelos ouvintes, depois eles foram isolados da sociedade para serem “educados” e afinal conseguirem ser como os ouvintes; quando não mais se pôde isola-los, porque eles começaram a formar grupos que se fortaleciam, tentou-se dispersa-los, para que não criassem guetos (SÁ, 2004, p. 3).

Ao longo de sua História, os surdos, por não serem maioria e por não se comunicarem pela linguagem oral, eram considerados diferentes e viviam à margem da sociedade. Nos movimentos de luta dos surdos, foram construídas as mobilizações em prol do rompimento da imagem sobre o surdo que tende a ameaçar a sua cidadania e a sua cultura. Nesses espaços de lutas, foram proclamados os seus pensamentos e se uniram para reivindicar os seus direitos de serem educados formalmente e de obterem o convívio social de maneira digna.

No cenário mundial, a Declaração de Salamanca (1994), segundo Santos (2000) redirecionou as ações para as políticas em Educação Inclusiva, e trouxe

reflexos também para a Educação de surdos no Brasil, apesar de não ser uma legislação restrita aos surdos. Evidenciou-se a necessidade de políticas públicas e educacionais, que viessem a atender a todos de maneira equânime.

A Educação Inclusiva, segundo Stainback e Stainback (1999, p. 21) “[...] é a prática da inclusão de todos - independentemente de seu talento, deficiência, origem socioeconômica ou origem cultural - em escolas e salas de aula provedoras, onde todas as necessidades dos alunos são satisfeitas”.

Cardoso e Capitão (2007) destacam que os estudos sobre o desenvolvimento cognitivo dos surdos possuem três cortes epistêmicos claramente definidos na forma pela qual a sociedade percebe esse sujeito na contemporaneidade. As crianças surdas, em 1923, eram consideradas mentalmente inferiores às ouvintes, entendia-se que a surdez afetava o cérebro, causava retardo mental. Mais tarde, em 1953, passou-se a considerar que surdos e ouvintes possuíam o mesmo desempenho intelectual, mas que os surdos eram mais ligados ao pensamento concreto e tinham menos capacidade de raciocínio abstrato, o que dificultava a generalização do pensamento. Em 1960, afirmou-se que ambos os grupos eram iguais e que a ausência da fala não impediria o desenvolvimento intelectual do surdo, perspectiva que se firmou até a atualidade.

Nesse mesmo sentido, Goldfeld (1997) assevera que, a partir de uma perspectiva total do indivíduo em sua comunicação, o surdo deixa de ser visto como o portador de uma patologia, para assumir como pessoa, sendo a surdez apenas uma característica sua que repercute nele e o marca nas relações sociais e em seu desenvolvimento global.

Santos, Oliveira e Junqueira (2014), afirmam que todo ser humano é capaz de construir conhecimento e cada pessoa não se pode desenvolver sem a interação com o outro, estimulando a geração de práticas mais humanistas e que valorizam as diferenças.

Em decorrência desses estudos, é fundamental que os docentes tenham conhecimento de que os surdos e ouvintes possuem a mesma capacidade de assimilação e compreensão, sendo necessária a inserção de um novo olhar diante dos surdos na prática de ensino. O professor deve inserir metodologias que melhorem a comunicação e interação entre surdos e ouvintes para que haja desenvolvimento de maneira adequada.

Entende-se que os surdos precisam ser acolhidos e levados a adquirir o avanço cognitivo de forma especial, pois apesar de não haver diminuição da capacidade de raciocínio, há diferenças na forma de se comunicar o que prejudica e pode limitar o acesso ao conhecimento. Ele deverá ser respeitado em sua singularidade e em suas potencialidades.

Pensar o surdo na perspectiva da alteridade, com o conceito de diferença em vez de deficiência é primordial de acordo com Cardoso e Capitão (2007) e o professor neste caso, precisa estar atento e utilizar da empatia para se colocar no lugar do aluno surdo e entender as suas limitações e a sua forma de adquirir conhecimento para então poder refletir sobre os melhores recursos, que podem auxiliá-lo nesse processo.

Com isso, surge a necessidade da promoção da Educação Inclusiva em todas as áreas. A Matemática também deve encaixar-se na perspectiva inclusiva, ou seja, deve alcançar todos os indivíduos, com ou sem deficiência, direcionando educadores ao estudo e compreensão das particularidades desses sujeitos para serem criadas e implementadas alternativas pedagógicas que possam contribuir para a qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos na sua formação escolar.

Entretanto, é possível observar que, culturalmente, as aulas de Matemática são organizadas e se baseiam estritamente no livro didático, na exposição de conteúdo, na assimilação e na reprodução de fórmulas e de informações. E, contrariamente a essa posição, coloca-se atualmente em discussão que esse tipo de metodologia de ensino que se aplica a todos os alunos, para que todos aprendam da mesma forma e no mesmo ritmo, quando apresentada como único recurso educacional, tem provocado resultados inferiores ao almejado para todos os alunos, especialmente para aqueles que possuem algum tipo de deficiência.

Nota-se, dessa forma, que as pessoas com deficiência, especialmente, os surdos, possuem particularidades que exigem o uso de recursos visuais e a intermediação dos conteúdos ensinados em sala de aula por meio de Libras. E, para esses alunos, é fundamental o uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, a presença dos intérpretes e de alternativas metodológicas que os auxiliem a adquirir conhecimento e estabeleçam uma aprendizagem significativa.

Dessa maneira, entende-se que o ensino tradicional, baseado na perspectiva de que todos podem ter o mesmo ritmo e desenvolver-se ao mesmo tempo, deve ficar em

segundo plano para que outras metodologias e ações possam ser pensadas e desenvolvidas como prioridade no processo de ensino e aprendizagem das instituições escolares.

Assim, o profissional da Educação, ou mais precisamente o professor de Matemática, deve, segundo Colaço e Sanches (2013), procurar atender às necessidades dos alunos, garantir a sua participação nas diversas situações de aprendizagem, dentro e fora da sala de aula, nas interações com os que fazem parte da escola, em ambientes propícios à aprendizagem, recorrendo a estratégias, materiais pedagógicos e recursos didáticos e tecnológicos pertinentes, adequados e oportunos.

Atualmente, é crescente a preocupação com a inclusão nas instituições escolares, o que significa convivência desses alunos nos mesmos espaços educativos, mudança do trabalho pedagógico, formação dos professores e profissionais da Educação, permitindo que a socialização e a Educação sejam sistematizadas e ocorram de forma gradativa e eficaz.

Mesmo hoje - século XXI - as mudanças ainda se fazem necessárias. É preciso que a disciplina de Matemática seja planejada pelo professor e relacionada à construção do conhecimento a partir da realidade dos alunos e da aplicabilidade na vida, devido à sua importância nas diferentes esferas sociais. Isso deve acontecer, ainda que proporcione para muitos a sensação de incapacidade e de desconforto em relação à aprendizagem, por ser considerada difícil e geradora de dificuldades para assimilação e entendimento, principalmente para as pessoas com algum tipo de deficiência.

O que pode ser observado conforme cita Padilha (2004, p. 96) é o fato de que “[...] juntar crianças em uma sala de aula não lhes garante ensino, não lhes garante escola cumprindo seu papel, não lhes garante aprendizagem e, portanto, não lhes garante desenvolvimento”. Nota-se que, para o aluno surdo alcançar a aprendizagem, não basta apenas inseri-lo em uma escola ou universidade, mas depende de vários fatores, que, se somados, podem auxiliar na promoção da aquisição de conhecimentos, de desenvolvimento humano, educativo e social.

Acrescenta-se ainda, de acordo com estudos de Fini (2017), que, em contato direto com os pais de alunos surdos do INES, percebeu-se que a maioria não sabia se comunicar por meio da Libras com os seus filhos e a comunicação em casa era

precária e por meio de gestos, olhares e que a maior dificuldade era para estudar, pois eles não conseguiam explicar em casa os conteúdos abordados em sala de aula, ficando restritos ao espaço escolar para terem acesso às informações básicas do cotidiano e aos conhecimentos formais.

O ambiente familiar exerce uma influência preponderante no desenvolvimento e na adaptação da criança surda ao contexto social mais amplo. Portanto, faz-se necessário o estímulo e o desenvolvimento de pesquisas que tratem também da questão das interações e relações desenvolvidas entre os genitores e sua criança surda (BRITO, 1997).

Dessa forma, leva-se a pensar que da mesma forma que ocorria antigamente, as famílias, muitas vezes, excluem os seus filhos surdos, mesmo não intencionalmente, apenas pelo fato de não se preocuparem em contribuir para a sua aprendizagem, por acharem que não têm essa responsabilidade, transferindo-a somente para a escola, ou, talvez, por não aprenderem a sua língua oficial, a língua de sinais, e até mesmo, por não se dedicarem a se comunicar com seus filhos para auxiliar no que for preciso. As pessoas surdas precisam de suporte, tanto da família quanto dos profissionais de Educação, para se desenvolverem, sentirem-se aceitos e capazes.

Ainda sobre as dificuldades em manter boa comunicação em sala de aula e em relação ao estudo dos alunos surdos no período em que estão em casa, Lacerda (2006) acrescenta que a presença de professores surdos é imprescindível para que o aluno surdo possa trocar conhecimentos de forma natural, por terem a mesma identidade. Além do que o professor surdo simboliza uma figura de liderança e representa para o aluno uma nova perspectiva sobre o seu próprio futuro. O professor surdo se faz ainda mais importante quando, em sua casa, o aluno surdo não mantém uma comunicação adequada com a família, em virtude das barreiras da língua.

Percebe-se, assim, que a questão da inclusão dos surdos e sua aprendizagem vai além da responsabilidade da instituição de ensino e da simples inserção do aluno, uma vez que é preciso que a família também compreenda, conheça esse processo e faça parte dele. Tanto os pais como a instituição escolar devem ter a preocupação com a comunicação dos surdos para tornar possível a sua interação com o mundo e permitir, assim, que se possam relacionar, conhecer, questionar, participar e refletir no meio em que vivem.

Neste sentido, para que a inclusão escolar aconteça, é fundamental que a formação dos professores seja pensada e planejada de forma a garantir condições de igualdade a esse aluno, com uma formação ligada à mudança de olhar, em uma perspectiva de empatia, de afetividade, de mudança e de adaptações de metodologias e inserção das tecnologias, para que sejam minimizadas as diferenças para os alunos com deficiência e sejam atingidas reais possibilidades de desenvolvimento.

Além da preocupação com o aumento de acessibilidade na comunicação e com a aquisição de informações do indivíduo surdo, é fundamental a mudança de atitudes e conscientização da sociedade, em geral, pois, muitas vezes, afastam e dificultam a participação social da pessoa com deficiência e comprometem a promoção da igualdade de condição e oportunidades para que eles possam exercer suas atividades de vida e de trabalho no meio em que vivem.

Por fim, é importante explicitar que é possível diminuir e, até mesmo, superar as barreiras que os indivíduos surdos enfrentam ao longo de suas vidas particulares e acadêmicas. Ser possível não significa ser fácil! É preciso um trabalho diuturno e articulado que envolva as famílias, instituições sociais, estudiosos da temática, estabelecimentos de ensino e governos, por meio de criação de oportunidades de acesso ao conhecimento; de reformulação dos projetos pedagógicos dos cursos para promover uma formação inicial e continuada dos profissionais da Educação.

Dessa forma, estarão preparados para o ensino de pessoas com deficiência, inclusive com formação para utilizar eficientemente as Tecnologias Assistivas; da inserção e ampliação do número de intérpretes nas instituições de ensino; da construção permanente de políticas públicas, legislações, conceitos e ações articuladas que contribuem para conscientização e procurem romper com as atitudes discriminatórias e preconceituosas.

REFERÊNCIAS

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Trad. Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2006.

AMARAL, L. A. **Conhecendo a deficiência (em companhia de Hércules)**. São Paulo, SP: Robel, 1995.

ANTUNES, C. **Jogos para estimulação das múltiplas inteligências**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

ARRUDA, E. P. **Ciberprofessor: novas tecnologias, ensino e trabalho docente**. Belo Horizonte, MG: Autêntica/FHC-FUMEC, 2004.

BRASIL. **A educação dos surdos**. Organizado por Giuseppe Rinaldi et al. Brasília, DF: MEC/SEESP, 1997.

BRASIL. **O aluno surdo na educação básica e superior**. Organizado por Giuseppe Rinaldi, G. Brasília, DF: MEC/SEESP, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria da Educação Fundamental. v. 3. Rio de Janeiro, RJ: DP&A, 2000.

BRITO, A. M. W. **Interações e relações entre genitores-criança surda: um estudo de caso**. Dissertação de Mestrado em Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília, 1997.

BRITO, M. R. F. **Um estudo sobre as atitudes em relação à matemática em estudantes de 1º e 2º graus**. 398 f. Tese de Livre Docência. Campinas, SP: UNICAMP, 1996. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/251566>. Acesso em: 13 ago. 2020.

BUSTAMANTE, S. **Ensinar e deixar aprender: a formação do facilitador logo**. Petrópolis, RJ: Universidade Católica de Petrópolis, 1996.

CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T. Tendências atuais do ensino e aprendizagem da Matemática. **Em aberto**, Brasília, DF, n. 62, INEP/PUC, 1994. Disponível em: <http://rbepold.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/download/1959/1928>. Acesso em 05 mar. 2020.

CARDOSO, L. M.; CAPITÃO, C. G. Avaliação psicológica de crianças surdas pelo Teste das Pirâmides Coloridas de Pfister. **PsicoUSF**, vol. 12, nº 2, p. 135- 144, 2007.

CASASSUS, J. Uma nota crítica sobre a avaliação estandardizada: a perda de qualidade e a segmentação social. **Sísifo/ Revista de Ciências da Educação**. n. 9, 2009.

COLAÇO, C.; SANCHES, I. Gerir a diversidade: contributos da aprendizagem cooperativa para a construção de salas de aula inclusivas. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 26, n.1, p. 307-347, 2013. <https://doi.org/10.21814/rpe.2994>

CORRÊA, M. R. M. Com saber, com afeto. **Amae Educando**, n. 254, p.38-39, 1995.

CURY, H. N. Professora, eu só errei um sinal!: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. In: CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas Matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre, RS: Edipucrs, 2004. p. 111-138.

D'AMBROSIO, U. Como ensinar Matemática hoje? Ano II n. 2, p. 15-19. **Temas e Debates**. SBEM, 1989.

D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: uma visão do estado da arte. V. 4. n. 1, p. 7-17. **Proposições**. UNICAMP, 1993. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/pfe/publicacao/1754/10-artigos-ambrosiou.pdf>. Acesso em 10 mar 2020.

D'AMBROSIO, U. **Entrevista Paulo Freire**. Disponível em: <http://www0.rio.rj.gov.br/sme/downloads/multieducacao/PEJAlIMatematica.pdf>, 1996. Acesso em: 02 set. 2020.

DUARTE, A. R. S. Euclides Roxo e a proposta modernizadora do ensino da matemática. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista, BA, v.4, n.8, p.300-317, 2019.

FINI, D. A. **Currículos Praticados: um estudo na educação de surdos – INES**. Dissertação (Mestrado em Educação), f. 1-131. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2017. Disponível em: <http://revista.geem.mat.br/index.php/CPP/article/view/54>. Acesso em: 16 mar. 2020.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FORTUNATI, A. **A educação infantil como projeto da comunidade: crianças, educadores e pais nos novos serviços para a infância e a família – a experiência de San Miniato**. Porto Alegre, RJ: Artmed, 2009.

FRANCISCO, C. A. **Uma leitura da prática profissional do professor de Matemática**. 189 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, SP, 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo, SP: Paz e Terra, 1996.

FROHLICH, R. **Avaliações externas: políticas de controle e governo dos sujeitos**. 2011. Disponível em: <http://www.univates.br/revistas/index.php/signos/article/view/190/139>. Acesso em: 7 fev. 2020.

GHIRARDI, Maria Izabel Garcez. **Representações da deficiência e práticas de reabilitação: uma análise do discurso técnico**. São Paulo, SP: [s.n.], 1999.

GOLDFELD, M. **A criança surda: linguagem e cognição em uma perspectiva sociointeracionista**. São Paulo, SP: Plexus. 1997.

GUARINELLO, A. C. **O papel do outro na escrita de sujeitos surdos**. São Paulo, SP: Plexus, 2007.

INES. **Conheça o INES**, Governo Federal, Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.ines.gov.br/conheca-o-ines>. Acesso em: 07 jan. 2020.

LACERDA, C. B. F. A inclusão escolar de alunos surdos: O que dizem alunos, professores e intérpretes sobre esta experiência. **Cadernos Cedes**, v. 26, n° 69, p. 163-184, Campinas, 2006.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

LORENZATO, S. **Um (re)encontro com Malba Tahan**. V.3. n. 1. P. 95-102. UNICAMP, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646883>. Acesso em: 13 mar 2020.

MONTEIRO, M. S. História dos movimentos dos surdos e o reconhecimento da Libras no Brasil. **ETD – Educação Temática Digital**, v.7, n.2, p.292-302, Campinas, SP, 2006.

MORAN, J. M. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas, SP: Papirus, 2000. p. 11-65.

PADILHA, A. M. O que fazer para não excluir Davi, Hilda, Diogo... In: GÓES, M. C. R.; LAPLANE, A.L. F. (orgs.). **Políticas e práticas de Educação Inclusiva**. Campinas, SP: Autores Associados, 2004. p. 93-120.

PERELLO, J.; TORTOSA, F. **Sordomudez**. Barcelona: Científico-Médica, 1978.

PINTO, N. B. **Memórias da Matemática Moderna**. Mimeo, 1968.

PINTO, N.B. Marcas Históricas da Matemática Moderna no Brasil. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, PR, v. 5, n.16, p.25-38, 2005.

PIRES, C. M. C. Reflexões sobre os cursos de licenciatura em Matemática, tomando como referência as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação básica. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, SP, ano 9, n. 1, p. 44-56, 2002.

PIVA JUNIOR, D.; FREITAS, R. L. Estratégias para melhorar os processos de abstração na disciplina de Algoritmos. In: XXXI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação, 2011, Natal / RN. **Anais do XIX Workshop sobre Educação em Computação**. Natal, RN: SBC, 2011. p. 1488-1497.

PORTAL MEC. **Prova Brasil Apresentação**, Governo Federal, Brasília, DF. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/prova-brasil>. Acesso em: 10 abr. 2020.

RESENDE, G; MESQUITA, M. G. B .F. Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de Matemática em escolas do município de Divinópolis. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, SP, v. 15, n. 1, 199-222, 2013.

REZENDE, W. **O ensino de Cálculo**: dificuldades de natureza epistemológica. 468 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2003.

SÁ, N. R. L. de. Os Estudos Surdos. **FENEIS**, 2004. Disponível em: www.feneis.org.br/educacao/artigos_pesquisas/estudos_surdos.htm. Acesso em: 11 ago 2019.

SANTOS, M. P. Educação Inclusiva e a Declaração de Salamanca: Consequências ao Sistema Educacional Brasileiro. **Integração**, ano 10, n.22, pp. 34-40, Rio de Janeiro, RJ, 2000.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S.; JUNQUEIRA, A. M. R. Relações entre aprendizagem e desenvolvimento em Piaget e Vygotsky: o construtivismo em questão. **Itinerarius Reflectionis** – UFG, vol. 10, nº 2, Jataí, GO, 2014.

SAUL A. M. Na contramão da lógica do controle em contextos de avaliação: por uma Educação democrática. **Educ. Pesqui.**, São Paulo, SP, v. 41, n. especial, p. 1299-1311, dez., 2015.

SILVA, O. M. **A epopeia ignorada**: a pessoa deficiente na história do mundo de ontem e de hoje. São Paulo, SP: CEDAS, 1987.

SILVA, M. P. L. A.: Guia da Prova Brasil. Entenda como funciona a prova que avalia o sistema educacional de todo o país. **Revista Educar Para Crescer**. São Paulo: Abril, Set. 2009. Disponível em: <http://educarparacrescer.abril.com.br/indicadores/guia-prova-brasil-500108.shtml>. Acessado em: 13 de abril de 2020.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática crítica**: A questão da democracia. Campinas, SP: Papyrus, 2001.

SOUZA, S. Z. L.; OLIVEIRA, R. P. Políticas de avaliação da educação e quase mercado no Brasil. **Educação e Sociedade**, Campinas, SP, v. 24, n. 84, p. 873-895, 2003.

STAINBACK, S.; STAINBACK, W. **Inclusão**: um guia para educadores. Porto Alegre, RS: Artmed, 1999.

STROBEL, K. L. **Surdos**: vestígios culturais não registrados na história. 2008. 176f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2008.

TAHAN, Malba. **Didática da Matemática**. Vol. 01. São Paulo, SP: Saraiva, 1961.

TOKARNIA, M. Especialistas questionam critério mais rígido do MEC para nota do SAEB. **Agência Brasil**. Brasília, 2018. Disponível em: <https://agenciabrasilebc.com.br/educacao/noticia/2018-09/especialistas-questionam-criterio-mais-rigido-do-mec-para-nota-do-saeb>. Acesso em: 13 ago. 2020.

VALENTE, J. A. Informática na Educação. **Revista Pátio**, ano 3, n. 09. Porto Alegre, RS, 1999.

VELOSO, E.; MAIA, V. **Aprenda libras com eficiência e rapidez**. Curitiba, PR: Mãos Sinais, 2012.

VITTI, C. M. **Matemática com prazer a partir da história e da geometria**. Piracicaba, SP: UNIMEP. 1999.

CAPITULO II



ENSINO DE MATEMÁTICA E TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA: POSSIBILIDADES PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA

*Josely Alves dos Santos
Guilherme Saramago de Oliveira
Silvana Malusá*

No contexto do autismo, em termos práticos, podemos dizer que, primeiramente, o professor reconhece as habilidades do educando e as que devem ser adquiridas. É a constituição da aprendizagem no campo pedagógico. Em muitos casos, trata-se do início da comunicação, da interação entre professor e aluno. Ainda que seja apenas pelo olhar ou pelo toque, surgem as primeiras respostas ao trabalho escolar (CUNHA, 2016, p.126).

1. Metodologias alternativas para o ensino e aprendizagem da Matemática

Várias são as possibilidades metodológicas para o desenvolvimento da prática pedagógica no ensino de Matemática que podem contribuir para que ocorra o rompimento com as práticas expositivas e treinativas que ainda predominam no contexto escolar e efetivamente possibilitar que de fato ocorra a inclusão dos alunos com TEA (Transtorno do Espectro Autista) no processo educativo.

Neste texto serão abordadas as seguintes metodologias alternativas para o ensino e a aprendizagem da Matemática: História da Matemática, Resolução de

Problemas, Modelagem Matemática, Jogos, Tecnologias da Informação e Comunicação, Aprendizagem baseada em Projetos.

1.1 História da Matemática

A Matemática é um saber concebido pela humanidade e, portanto, se constitui de uma história ligada às necessidades de diferentes culturas em momentos históricos diversos. Conhecer os processos do seu desenvolvimento e a evolução das ideias matemáticas produzidas através de tentativas (erros e acertos) para solucionar problemas cotidianos é um meio para aproximar o aluno do conhecimento matemático desmistificando a percepção de que a Matemática é uma ciência universal e de verdades absolutas afeita apenas para “gênios”.

Nessa concepção, Schmidt, Pretto e Leivas (2016) afirmam que ao retratar a História da Matemática desfaz-se a ideia de que um possível gênio a tenha criado e que seu aprendizado é difícil, onde poucas pessoas são capazes de compreendê-la. Ao mostrar que a Matemática foi desenvolvida na superação de dificuldades e adversidades, ressalta-se um conhecimento cheio de significado tornando-o mais valorizado.

Nesse enfoque, Mendes (2001), assegura que

A Matemática, como qualquer área do conhecimento humano, tem seu desenrolar evolutivo capaz de caracterizá-la como uma ciência que também se desenvolve a partir da sua própria história. Desse modo podemos buscar nessa história fatos, descobertas e revoluções que nos mostrem o caráter criativo do homem quando se dispõe a elaborar e disseminar a ciência matemática no seu meio sócio-cultural (MENDES, 2001, p.18).

Para D'Ambrosio (2009) a História da Matemática é indispensável para se conhecer como as teorias e práticas matemáticas foram concebidas, desenvolvidas e utilizadas. Isto porque saber os fatos históricos da Matemática pode ajudar a organizar e direcionar o aprendizado e o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos que hoje são trabalhados nas escolas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) nessa lógica afirmam que ao evidenciar a Matemática como uma criação humana, o professor tem a oportunidade de promover um trabalho educativo que favoreça o desenvolvimento de atitudes e valores mais favoráveis do aluno com relação ao aprendizado dos conhecimentos matemáticos.

Consoante aponta Gutierre (2011), o docente ao fazer uso da História da Matemática contribui para o enriquecimento de suas aulas de forma a resgatar o incentivo à imaginação e criatividade da criança.

Ainda considerando a importância de se utilizar a História da Matemática como um caminho para se aperfeiçoar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, Santos e Oliveira (2016) reiteram que

Quando o saber é visto como algo que cresce e se desenvolve historicamente nas mais variadas direções, evidencia-se que o conhecimento matemático trata de objetos culturais produzidos e usados em cada fase do desenvolvimento das sociedades espalhadas pelo planeta ao longo dos anos, isto é, a Matemática é uma verdadeira ciência multifacetada (SANTOS; OLIVEIRA, 2016 p.214).

Assim, Oliveira (2009) esclarece que não há dúvidas de que a História da Matemática poderá contribuir para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos. Contudo, é preciso ter clareza de que as teorias e práticas utilizadas no passado para resolver problemas, pouco podem contribuir para a resolução de problemas atuais uma vez que o contexto é diferente.

Nessa acepção, os PCN (1998) alertam para que o professor não tome a História da Matemática como um método voltado apenas para a localização dos conteúdos matemáticos no tempo e no espaço ou que utilize esses acontecimentos para contar histórias aos alunos em cada aula. Dessa forma, o trabalho não pode se resumir em simplesmente expor as informações históricas reduzindo-a a fatos, datas e nomes a serem memorizados.

A esse respeito, Gutierre (2011) faz um alerta no sentido de que durante o trabalho com a História da Matemática, o objetivo não é fazer o aluno percorrer o caminho trilhado pelos antepassados ao construir os conceitos matemáticos, mas fazer com que ele seja desafiado a criar estratégias para assimilar e se apropriar dos conhecimentos por meio de aulas mais dinâmicas.

Mendes (2009, p. 92) assinala que o trabalho com a História da Matemática deve levar ao desenvolvimento do espírito investigativo dos alunos além de fazer com que os mesmos raciocinem sobre conceitos matemáticos que foram estabelecidos no passado e que se encontram em uso até os dias de hoje. O autor concebe ainda que, nesse caso, é importante que “o professor oportunize aos estudantes uma compreensão mais

ampla das propriedades, teoremas e aplicações da Matemática, na solução de problemas que exijam deles algum conhecimento histórico”.

Destacada a importância da História da Matemática para o ensino dos conteúdos matemáticos, faz-se necessário discorrer sobre as possibilidades de trabalho com a mesma. Autores como Mendes (2001), Gutierre (2011), Miguel e Miorim (2011), dentre outros, apresentam algumas propostas.

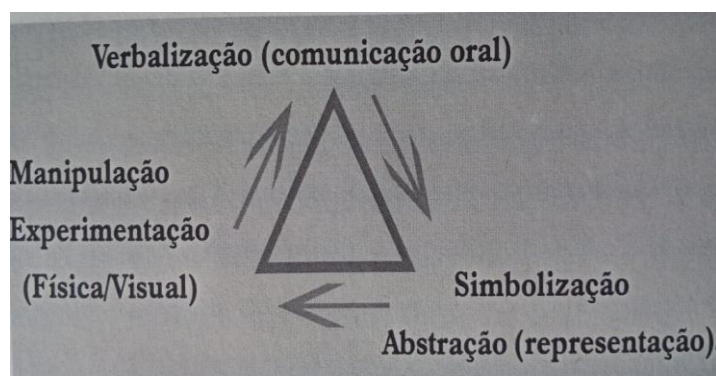
Mendes (2001) propõe o uso da História da Matemática no processo educativo de forma a desenvolver o espírito investigativo nos alunos conduzindo-os a um amadurecimento em relação ao conhecimento matemático fazendo com que sua autonomia, curiosidade e imaginação sejam aguçadas. Desta maneira, seu estudo apresentou como proposta

[...] utilizar a história da matemática na elaboração de objetivos e procedimentos de ensino-aprendizagem visando possibilitar a seleção e aplicação de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira episódica e investigativa nas aulas de matemática de modo a possibilitar uma aprendizagem significativa (MENDES, 2001, p.58).

O autor afirma que a preparação para a utilização da História da Matemática em sala de aula é um passo importante. Isso porque é fundamental saber colher todas as informações úteis disponíveis nos materiais históricos que possam orientar a ação docente para a condução dos estudantes na realização das atividades investigativas. Além disso, é preciso considerar a vivência de situações naturais e a experiência direta, pois o aprender fazendo é essencial. Ademais, ao preparar as atividades de investigação deve-se ter em conta o conhecimento prévio dos alunos e a fase de desenvolvimento cognitivo em que eles se encontram.

Mendes (2001) salienta ainda que as atividades de redescoberta ou investigação podem ser utilizadas para apresentar o processo histórico de constituição de conceitos, teoremas e procedimentos matemáticos e a partir disso poderão ser propostas outras atividades como a resolução de situações-problemas decorrentes da realidade dos alunos.

No desenvolvimento das atividades, o autor recomenda que sejam consideradas três fases importantes: a manipulação/ experimentação, a verbalização e a simbolização representadas no esquema a seguir:

Figura 1: Processo construtivo nas atividades de redescoberta

Fonte: Mendes (2001, p. 60).

O diagrama apresentado refere-se a um esquema que retrata um processo construtivo contínuo a ser utilizado nas atividades de investigação/redescoberta que possibilitam ao educando a construção de conceitos matemáticos e habilidades que posteriormente poderão ser utilizados para a solução de situações-problema que vierem a surgir.

Assim, tendo como ponto de partida a experiência manipulativa e/ou visual do estudante que farão surgir as primeiras demonstrações do conhecimento apreendido, haverá um momento para verbalização em que esse conhecimento será discutido em sala de aula e por meio dessa interação se evidenciará a necessidade de representar os conceitos assimilados através da simbolização especificando o grau de abstração adquirido. Nesse contexto, será possível

[...] conduzir a aprendizagem do aluno a partir das idéias iniciais apoiadas no conhecimento histórico, visto que devemos orientá-lo para que ele vá se desenvolvendo numa seqüência gradual, sempre partindo das experiências mais concretas e/ou reais, passando por uma experiência semi-concreta que exija dele as primeiras representações simbólicas – através de desenhos, expressões verbais ou até as primeiras sentenças matemáticas. Ao final tornar-se-á mais simples conduzi-lo a fase das representações totalmente formais, isto é, ao alcance das abstrações (MENDES, 2001, p.70-71).

A fim de orientar o trabalho dos professores, Mendes (2001) faz ainda algumas recomendações que se mostram pertinentes. Nesse sentido, o autor salienta que é imprescindível que o docente reflita sobre o conteúdo das atividades e procure conhecer a fundo o tema que irá apresentar aos alunos para que possa conduzir bem o trabalho. Assim, depois que as atividades de redescoberta forem realizadas, ele poderá

abordar de forma detalhada os conteúdos matemáticos procurando estabelecer conexões entre aqueles e o processo investigatório vivenciado. Além disso, ressalta que o material deve ser providenciado com a devida antecedência para evitar que imprevistos atrapalhem a atividade. O autor destaca ainda, a necessidade de o professor sugerir aos alunos que tomem nota das experiências realizadas e dos conceitos assimilados.

Gutierre (2011) sugere uma abordagem construtivista para o trabalho com a História da Matemática onde o aluno percorre ativamente o caminho para construir seu saber. Desse modo, o educador deve organizar atividades estruturadas para serem realizadas em grupos de dois ou três estudantes levando em consideração os dados obtidos em avaliações diagnósticas para verificar seu conhecimento prévio.

Em se tratando de alunos com Transtorno do Espectro Autista, é possível perceber pelas características do trabalho com a História da Matemática, que ela pode ser uma estratégia benéfica para seu aprendizado. Ao propor uma sequência que parte de experiências concretas ou de manipulação de imagens, conforme recomenda Mendes (2001), essa alternativa poderá facilitar para que o educando com TEA encontre meios de alcançar a abstração, uma vez que essa é uma de suas maiores dificuldades tal como indica Chiote (2015). Assim, partir do concreto ou de atividades que se apresentem por imagens pode favorecer esse processo.

Brites (2019) salienta que os indivíduos com autismo podem apresentar muita facilidade em Matemática, chegando a ter altas habilidades nessa área. No entanto, o mais comum é apresentarem dificuldades com relação a esta disciplina, principalmente no que tange à capacidade de fazer inferências e gerar hipóteses, raciocinar matematicamente e resolver problemas. Nesse caso, a História da Matemática poderá contribuir para a superação dessas limitações na medida em que propõe um ensino contextualizado, com referências às situações cotidianas da vida do aluno, mostrando como se chegou a determinado conceito matemático de forma mais concreta.

Provavelmente, tendo em vista uma das características principais do TEA, o aluno poderá apresentar dificuldades na etapa de verbalização. Caso isso aconteça, o professor poderá propor outra forma de apresentação que não seja necessariamente a comunicação verbal, como um desenho ou texto escrito, por exemplo.

Ao planejar a atividade, Cunha (2016) recomenda que o professor dê

preferência por trabalhos de curta duração, com linguagem objetiva (evitar trocadilhos ou expressões subjetivas) e que na medida do possível, estejam baseadas no interesse do aluno autista.

Depreende-se das considerações feitas que, mediante o uso da História da Matemática, é possível criar um ambiente de aprendizagem que se aproxima do cotidiano dos alunos, sejam eles autistas ou neurotípicos, superando uma concepção de ensino de Matemática mecanicista onde eles passam a compreender a importância dos saberes matemáticos como alternativa para a resolução de suas próprias necessidades.

Assim, recorrer ao uso da História da Matemática se mostra relevante na medida em que estimula o aprendiz na busca de novos conhecimentos, além de apresentá-lo a uma Matemática dinâmica que se relaciona com as diversas áreas do conhecimento e que pode estar ao alcance de todos.

1.2 Resolução de Problemas

A Resolução de Problemas surge como uma alternativa ao revelar para o professor uma possibilidade de praticar um ensino orientado para o desenvolvimento de procedimentos e modos de pensar, do raciocínio lógico, da criatividade e da autonomia dos alunos na busca de solução para desafios.

É preciso salientar que a Resolução de Problemas aqui não é vista como um método de imitação de técnicas de cálculo de forma a simplesmente aplicar conhecimentos adquiridos previamente pelos alunos.

De acordo com Romanatto (2012)

[...] a resolução de problemas significa envolver-se em uma tarefa ou atividade cujo método de solução não é conhecido imediatamente. Para encontrar uma solução, os estudantes devem aplicar seus conhecimentos matemáticos. Solucionar problemas não é apenas buscar aprender Matemática e, sim, fazê-la. Os estudantes deveriam ter oportunidades frequentes para formular, tentar e solucionar problemas desafiadores que requerem uma quantidade significativa de esforço e deveriam, então, ser encorajados a refletir sobre seus conhecimentos. Assim, solucionar problemas não significa apenas resolvê-los, mas aplicar sobre eles uma reflexão que estimule seu modo de pensar, sua curiosidade e seus conhecimentos (ROMANATTO, 2012, p. 302-303).

Nesse sentido, Smole e Diniz (2007) apresentam a concepção de que a Resolução de Problemas representa um modo de organizar o ensino envolvendo não só

aspectos metodológicos, mas também uma postura diferente em relação ao que é ensinar e ao que significa aprender.

Consequentemente, Onuchic e Allevato (2011) reiteram que a adoção da Resolução de Problemas como proposta de ensino

[...] exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

Essa mudança de posturas, no entendimento das autoras, trará grandes benefícios para o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que a Resolução de Problemas conduz o foco do aluno para as ideias matemáticas; desenvolve sua confiança no fazer matemática e, por conseguinte, sua capacidade de pensar matematicamente e fornece dados para uma avaliação contínua do processo. Além disso, ao constatar que os educandos estão se desenvolvendo de forma significativa, os professores se sentem gratificados e os alunos, por sua vez, passam a ver sentido nos conceitos e teorias matemáticas.

O trabalho com a Resolução de Problemas na visão de Smole e Diniz (2007) deve partir da proposição e do enfrentamento de uma situação-problema que não possui uma solução evidente.

Dessa forma, é preciso atentar-se para a escolha do problema. Silva e Filho (2011, p.33) salientam que essa escolha deve ser adequada ao contexto além de “[...] proporcionar diferentes possibilidades de solução, com o intuito de ser resolvido a partir de várias estratégias”.

Nesse âmbito, Smole, Diniz e Cândido (2014) explicitam que trabalhar com a Resolução de Problemas é importante não só para a aprendizagem matemática dos alunos como também para a expansão de suas habilidades e potencialidades. As autoras ponderam ainda que a utilização da Resolução de Problemas deve perpassar todos os anos de escolaridade, principalmente porque oportuniza aos estudantes a satisfação em vencer obstáculos por meio de seu esforço, criatividade e dedicação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) apresentam alguns princípios a

serem considerados quando o foco do trabalho está na Resolução de Problemas. Assim, é preciso considerar que: a) o problema deve ser entendido como o ponto de partida da atividade onde os conceitos e conteúdos matemáticos devem ser apresentados por meio de situações-problema que demandam dos alunos a elaboração de estratégias para resolvê-las; b) a resolução do problema não deve ser vista mecanicamente, ou seja, é preciso que a problemática estimule a interpretação do enunciado e a estruturação da situação apresentada; c) o aluno pode fazer aproximações de um problema já resolvido de forma a construir conceitos que levem a resolução de outros problemas; d) os conceitos matemáticos se constroem articuladamente por meio de generalizações e retificações; e) a resolução de problemas deve ser desenvolvida de forma integrada levando à apreensão de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Considerar esses princípios ao desenvolver atividades de Resolução de Problemas é fundamental para que as mesmas não se reduzam à mera reprodução de técnicas. Por essa razão, Zuffi e Onuchic (2007) asseveram que o uso da Resolução de Problemas deve propiciar o desenvolvimento de habilidades que serão utilizadas não só na solução das situações-problema, mas também em outros contextos. Assim,

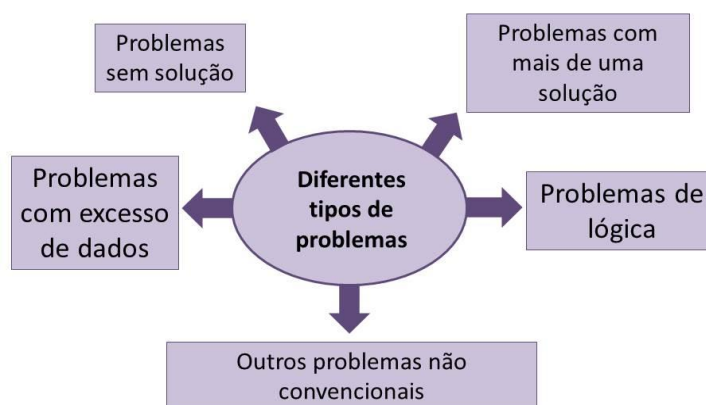
Compreender os dados de um problema, tomar decisões para resolvê-lo, estabelecer relações, saber comunicar resultados e ser capaz de usar técnicas conhecidas são aspectos que devem ser estimulados em um processo de aprendizagem através da resolução de problemas (ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p.83).

Em vista disso, alguns objetivos precisam ser considerados quando do emprego da Resolução de Problemas em sala de aula. Tais objetivos são elencados por Dante (2010) que recomenda que a formulação e a resolução de problemas devem: desenvolver um pensamento produtivo no aluno; aprimorar sua capacidade de enfrentar situações novas; desenvolver sua habilidade de elaborar raciocínios lógicos; oportunizar momentos para o educando se envolver com as aplicações da Matemática; tornar as aulas mais interessantes e dinâmicas; prover o estudantes de variadas estratégias para resolver problemas; formar pessoas com uma boa base em Matemática e incentivar sua criatividade.

Tendo em conta esses objetivos, o trabalho com a Resolução de Problemas demanda que o docente tenha conhecimento de diversos tipos de problema e suas características para que sua utilização seja adequada ao fim a que se destina. Dentre

esses tipos de problema, Smole e Diniz (2007) destacam alguns que podem auxiliar a prática do professor em sala de aula conforme pode ser conferido na imagem abaixo:

Figura 2: Tipos de problemas



Fonte: Autoria própria com base em Smole e Diniz (2007)

Os tipos de problemas elencados na imagem representam algumas possibilidades para o desenvolvimento das atividades envolvendo a Resolução de Problemas.

Os *problemas sem solução* são uma alternativa para mostrar aos educandos que nem todo problema pode ser elucidado. Nesse tipo de problema, os dados apresentados na situação-problema não são suficientes para resolvê-la. No entanto, ao tentar procurar respostas para se chegar a um resultado, o aluno desenvolve a habilidade de questionar e duvidar ampliando o pensamento crítico.

No caso dos *problemas com mais de uma solução*, a ideia é evidenciar para o aluno que uma mesma situação-problema pode ter mais de uma resposta correta possível. Para Smole e Diniz (2007), esse tipo de problema faz com que se rompam as crenças de que todo problema tem somente uma solução possível ou mesmo uma única forma de resolvê-lo. Dessa maneira, instiga-se no aluno um processo de investigação para solucionar a situação onde ele participa ativamente produzindo seu próprio conhecimento.

Os *problemas com excesso de dados*, por sua vez, levam o estudante a aprender a selecionar as informações em uma situação-problema tendo em vista que nem todos os dados apresentados serão úteis para sua resolução. Sendo assim, será desenvolvida sua capacidade de leitura crítica ao verificar o que é relevante na situação-problema apresentada e que levará à sua solução. Smole e Diniz (2007) esclarecem que os

problemas com excesso de dados se aproximam de situações reais que poderão ser vivenciadas pelos alunos uma vez que os problemas surgidos em seu cotidiano, na maioria das vezes, não se apresentam de maneira clara e objetiva necessitando deles a capacidade de identificar as informações que podem ser descartadas e aquelas que lhe servirão para resolver a situação.

Outra possibilidade de trabalho são os *problemas de lógica*. Nestes, a base para resolução não é numérica. Exige do aprendiz o uso do raciocínio dedutivo para analisar e solucionar a situação que geralmente envolve tabelas, listas e diagramas. Por meio dos problemas de lógica, são desenvolvidas as capacidades de prever e checar dados, levantar hipóteses, ler e interpretar textos e analisar situações.

Os *problemas não convencionais* são mais favoráveis à problematização cuja resolução não está baseada em um algoritmo. Geralmente, são situações que surgem a partir de outros problemas mais simples e exigem estratégias diferentes fundamentadas na compreensão/ interpretação do que está proposto de forma a combinar informações se necessário. Esses problemas exigem que o professor tenha conhecimento aprofundado para encaminhar os questionamentos levando os alunos a se envolver com a atividade e buscar soluções para o problema.

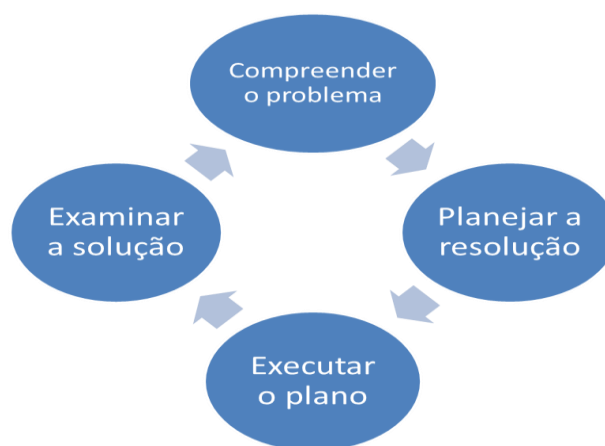
Apresentar diferentes tipos de problemas é uma estratégia eficaz para desenvolver o espírito investigativo, o raciocínio e o prazer na aprendizagem. No entanto, é preciso estar atento à pertinência da atividade dependendo do contexto e dos objetivos que se quer atingir. É necessário, sobretudo, mostrar aos alunos que há diferentes estratégias para se resolver um problema. Assim sendo, no processo de resolução eles poderão utilizar estratégias como desenhos, esquemas ou mesmo resolver as situações-problema através da oralidade ou do uso de algoritmos convencionais.

Smole e Diniz (2007, p. 94) explicam que ao considerar a utilização da Resolução de Problemas, “é essencial o planejamento cuidadoso das atividades e do encaminhamento dos questionamentos”. Nesse caso, é importante que ao lançar mão dessa proposta, o professor tenha planejado bem as atividades se certificando de que as mesmas vão de fato despertar no estudante o interesse em solucionar as situações-problema.

Em suas pesquisas, Polya (1995) indica que existem etapas definidas para a

Resolução de Problemas. A execução de cada etapa deve ser considerada para que se busque a solução para as situações propostas. Assim sendo, a primeira etapa se refere à compreensão do problema onde o aluno por meio da leitura e interpretação irá identificar e assimilar o que está proposto. Em um segundo momento, ele estabelecerá um plano, um caminho que possibilite a resolução do problema. Na etapa seguinte, ocorrerá a execução do plano traçado anteriormente. A quarta e última etapa, por sua vez, refere-se ao exame do resultado alcançado, ou seja, o aprendiz irá verificar a solução obtida com o procedimento adotado para tal. Esse esquema pensado por Polya (1995) está representado na figura a seguir:

Figura 3: As quatro etapas do método Polya



Fonte: Autoria própria com base em Polya (1995).

Cumprе ressaltar que a divisão por etapas não representa uma sequência em que um passo deve ser dado imediatamente após o outro. Pelo contrário, caso seja conveniente e necessário, o estudante poderá voltar em uma etapa para que seja possível a resolução do problema. Além disso, é importante que ao passar por essas etapas, ele levante questionamentos e hipóteses de forma a organizar seu pensamento e possibilitar a solução da questão proposta.

Dante (2010) alerta para alguns fatores que devem ser evitados no arranjo das situações-problema para não prejudicar a atividade. Assim, o professor deve estar atento a três fatores: a linguagem utilizada na redação do problema de forma que o enunciado esteja apropriado para a faixa etária e o vocabulário do aluno; o tamanho e estrutura das frases evitando aquelas longas e complexas; e o vocabulário matemático específico estimulando o aprendiz a buscar o significado correto de palavras

relacionadas com a linguagem matemática e à forma de apresentação do problema para despertar nele o interesse em resolver a questão.

Ao observar esses fatores e proporcionar o trabalho com uma diversidade de tipos de problemas adequados à situação e ao conteúdo matemático que se pretende desenvolver, o professor possibilita ao aluno não só a aquisição de conceitos matemáticos, mas também de habilidades que serão importantes em outros contextos tanto na escola quanto no seu cotidiano. Consoante ponderam Zuffi e Onuchic (2007)

[...] com a aplicação reiterada desta metodologia, esperamos que os alunos sejam estimulados a relacionar os conhecimentos escolares adquiridos, não só à resolução de problemas matemáticos e suas generalizações, mas também com problemas relativos a outras áreas do conhecimento e outras disciplinas escolares (ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 85).

Como explicitam os PCN, é preciso salientar que resolver um problema não é simplesmente analisar uma situação, aplicar alguns procedimentos e dar respostas corretas. É necessário que o estudante veja sentido nos caminhos que adotou para chegar a uma solução e, principalmente, desenvolva a capacidade de questionar sua resposta verificando se ela validará os procedimentos adotados.

Diante do exposto, pode-se conceber que, assim como a História da Matemática, a Resolução de Problemas também se aplica aos alunos com TEA e favorece seu aprendizado, mas é necessário se atentar para algumas questões ao propor as atividades.

Gaiato (2019) aponta que os autistas podem apresentar dificuldades no entendimento de alguns conceitos e na compreensão e interpretação de textos, pois nem sempre conseguem selecionar as informações importantes por não ter habilidade, na maioria das vezes, para se manter focado em algo por um período grande de tempo. Isso poderia representar um obstáculo para a resolução de alguma situação-problema. Uma estratégia, na concepção da autora, seria dividir a atividade em partes menores para facilitar o entendimento. Além disso, sempre que possível, deve-se investir em atividades lúdicas com material concreto para estimular o pensamento lógico.

Em seus estudos, Brites (2019) indica que crianças com autismo podem apresentar enormes dificuldades em resolver problemas que pressupõem o uso contextual da aritmética, compreender a linguagem e organizar sequencialmente os problemas por tipos de estratégias. Elas têm facilidade em decorar e memorizar regras

e características, mas apresentam dificuldade em aplicá-las em situações cotidianas ou em outros casos. Para vencer esse obstáculo, a autora sugere que a Matemática seja ensinada de forma a contemplar os acontecimentos do dia-a-dia dos estudantes e as experiências práticas, valendo-se dela para resolver problemas da vida real.

De maneira a adequar as atividades para garantir a participação do aluno com TEA bem como promover seu aprendizado, os professores podem, também, recorrer à habilidade desses alunos em usar informações visuais e apresentar as situações-problema utilizando imagens. A esse respeito, Benini e Castanha (2016) explicam que

Estudos recentes têm evidenciado que a comunicação por meio de imagens é uma das estratégias mais importantes na intervenção no TEA. Devemos observar que a maioria dos autistas, possuem dificuldades em representar um objeto ausente, necessitando de instrumentos de apoio para que seja possível esta representação mental. [...] através do uso de imagens a pessoa com TEA obtém uma melhor compreensão, que vem colaborar significativamente no processo de organização do pensamento e da linguagem. Dessa forma, um dos principais motivos para a utilização da linguagem visual é considerá-la uma ferramenta importante para potencializar a aprendizagem destes estudantes (BENINI; CASTANHA, 2016, p. 14).

Em síntese, pode-se constatar que a Resolução de Problemas é uma excelente proposta para o ensino de Matemática na medida em que proporciona o desenvolvimento do raciocínio e a capacidade de lidar com situações desafiadoras fazendo com que o aluno adquira autonomia no fazer matemático. Para as crianças com TEA, essa proposta também se mostra exequível desde que o professor planeje a atividade de forma a observar as especificidades próprias do transtorno e busque adequar o trabalho para atender esse público.

1.3 Modelagem Matemática

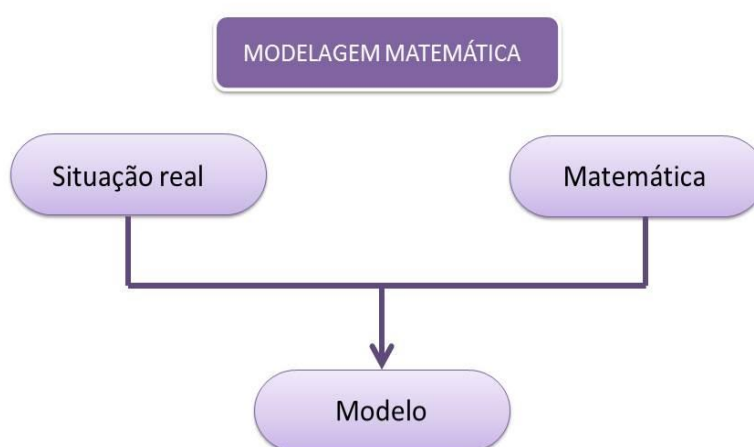
Outra tendência em Educação Matemática que pode auxiliar no processo de ensino-aprendizagem é a Modelagem Matemática. Por meio dela, o professor poderá apresentar aos alunos um trabalho diferenciado que proporciona a exploração da criatividade e do senso crítico dos mesmos.

A Modelagem Matemática para Araújo (2010) está relacionada com a aplicação de modelos matemáticos na resolução de problemas reais, ou seja, o aluno irá empregar uma representação matemática em uma situação real de modo a entendê-la resolvendo um determinado problema relacionado a ela.

Dessa forma, consoante definem Biembengut e Hein (2018, p.12), a Modelagem Matemática pode ser concebida como “[...] uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”.

Nesse contexto, a Modelagem Matemática pode ser utilizada para aproximar a realidade da Matemática por meio dos modelos criados nessa interação. A figura seguinte ilustra essa afirmação:

Figura 4: Esquema do processo de Modelagem Matemática



Fonte: Adaptado de Biembengut e Hein (2018)

Por meio do esquema apresentado, verifica-se que a Modelagem Matemática propõe um trabalho que tem como ponto de partida os problemas vivenciados no cotidiano. No entanto, em conformidade com o que observam Almeida, Araújo e Bisognin (2015) essas problematizações não são meramente uma contextualização da realidade, mas envolvem um estudo aprofundado de uma dada situação real por meio de estratégias pedagógicas e com a participação ativa dos alunos, o que pressupõe uma organização diferenciada do ensino da Matemática.

Mundim e Oliveira (2016) refletem que a Modelagem Matemática se apresenta como uma alternativa que viabiliza a utilização de ferramentas matemáticas variadas para diferentes situações-problema que podem envolver conteúdos matemáticos diversos possibilitando a resolução dos problemas escolhidos. Ainda de acordo com os autores, esta abordagem metodológica propicia o desenvolvimento do raciocínio e de

ideias, pois exigem interpretação, explicação e validação dos modelos utilizados.

Assim, Biembengut e Hein (2018) demonstram que a Modelagem Matemática caracteriza-se como uma estratégia a ser utilizada em qualquer ano de escolaridade tendo como objetivos principais evidenciar a importância da Matemática para a formação e a vida do aluno; enfatizar a aplicabilidade da Matemática despertando o interesse pela mesma; favorecer a assimilação dos conteúdos matemáticos; desenvolver habilidades para a resolução de problemas; despertar a criatividade; e aproximar a Matemática de outras áreas do conhecimento.

Nessa perspectiva, Costa (2016, p. 60) afirma que “a modelagem contempla um dos principais objetivos do ensino que é o aprender a aprender, ou seja, fazer com que o estudante aprenda a buscar soluções para as mais diferentes situações”.

Para tanto, é necessário que o trabalho com a Modelagem Matemática atenda alguns requisitos ao ser desenvolvido. Desse modo, Groenwald, Silva e Mora (2004) ressaltam que é preciso considerar que: a) as situações escolhidas e as informações repassadas precisam ser reais, ou seja, elas devem ser obtidas a partir do cotidiano vivenciado pelos alunos; b) os estudantes devem ter clareza e entender bem as situações-problema apresentadas; c) é interessante que as situações sejam providas de informações interessantes e dados que permitam um trabalho diferenciado e diversificado; d) sempre que possível, as situações devem envolver conceitos de outras áreas do conhecimento; e) considerar durante o desenvolvimento do trabalho a inter-relação entre os diversos conteúdos matemáticos.

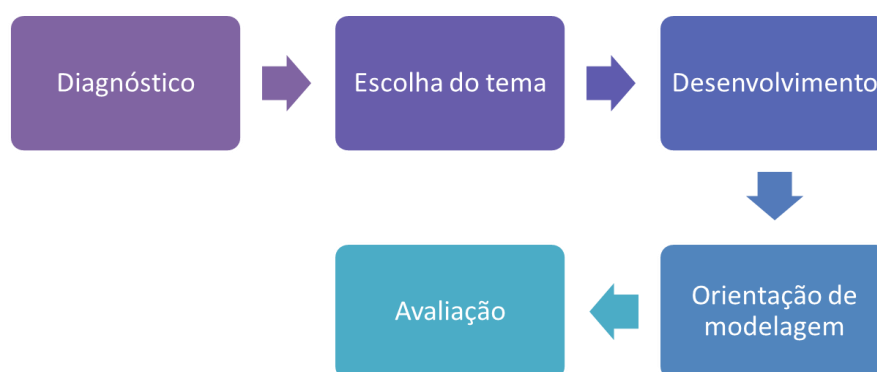
Ao atender esses requisitos, o desenvolvimento da atividade com a Modelagem Matemática pode oferecer contribuições significativas. Burak e Martins (2015), nesse sentido, destacam um maior interesse do grupo, uma vez que os educandos terão oportunidade de se manifestar escolhendo o tema de estudo e a partir disso discutir e propor ideias para a solução do problema. Tal fato leva a outro aspecto importante que se relaciona com uma maior interação do grupo no processo de ensino e aprendizagem visto que os alunos participam de forma ativa no desenvolvimento da atividade. Por fim, destaca-se, também, que o trabalho com a Modelagem Matemática leva a adoção de uma nova postura por parte do professor.

Por conseguinte, Barbosa (1999) alerta que

[...] a organização das atividades de Modelagem depende em muito das possibilidades do contexto escolar e do nível de flexibilidade do professor perante o método. [...] O professor possui grande responsabilidade nesta abordagem, sendo o seu papel o de problematizar e realizar a ligação das idéias exploradas no processo de modelagem e o saber sistematizado (BARBOSA, 1999, p. 70-71).

De maneira a auxiliar o professor na execução de atividades de Modelagem Matemática, Biembengut e Hein (2018) enumeram cinco passos a serem seguidos para colocar o método em prática. Tais passos constam no diagrama a seguir:

Figura 5: Desenvolvimento do trabalho com Modelagem Matemática



Fonte: Autoria própria a partir de Biembengut e Hein (2018)

A primeira etapa do trabalho consiste de um *diagnóstico* para obter informações importantes como perfil socioeconômico dos alunos, tempo disponível para execução do trabalho e conhecimento matemático da turma antes de se iniciar a atividade.

Feito o diagnóstico, parte-se para a *escolha do tema*. Geralmente, o tema é proposto pelos estudantes a partir de questões/ situações vividas em seu cotidiano. É importante que o professor se informe sobre o tema escolhido de forma a se preparar para conduzir o processo aliando-o aos conteúdos matemáticos a serem assimilados.

O terceiro passo se relaciona com o *desenvolvimento do conteúdo matemático* por meio da formulação e resolução de modelos que levarão à apreensão de conceitos pelo aluno. Esta etapa envolve uma série de procedimentos para desenvolvimento do modelo matemático que estão representados a seguir:

Figura 6: Dinâmica da Modelagem Matemática



Fonte: Autoria própria a partir de Biembengut e Hein (2018)

O esquema apresentado detalha o processo de modelagem propriamente dita. Dessa forma, a primeira etapa é a *interação* onde ocorre uma apresentação sucinta do tema. Nesse momento, os educandos farão o reconhecimento da situação-problema e se familiarizarão com a proposta. É necessário ressaltar que esta etapa não se encerra quando a próxima se inicia. Pelo contrário, à medida que os alunos percorrem o processo, mais a situação-problema vai ficando clara.

A etapa seguinte dessa dinâmica é a mais desafiadora e a que tem maior grau de complexidade, pois envolve a *formulação* e a *resolução do problema*. É nessa fase que o problema é visto à luz da linguagem matemática e é quando são exigidas do aprendiz criatividade, intuição e experiência. Biembengut e Hein (2018, p.14) revelam que esse momento objetiva “[...] chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráfico, ou representações, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução”.

Por fim, para completar o processo, faz-se uma avaliação interpretando o *modelo matemático* criado de maneira a analisar as implicações da solução encontrada e a partir disso, verifica-se se o modelo é adequado e relevante para a solução do problema, ou seja, valida-se ou não o modelo.

Terminada essa fase de *desenvolvimento do conteúdo matemático* com suas etapas e subetapas, o trabalho prossegue com o quarto passo da dinâmica de desenvolvimento da Modelagem Matemática: a *orientação de modelagem*. Nesse estágio, é feito o acompanhamento e orientação da atividade para conduzir os alunos para a

aplicação do modelo a outras situações, propiciando o contato com outros conteúdos matemáticos levando os estudantes a aprofundar seu conhecimento. A duração dessa fase dependerá do tempo disponível para desenvolvê-la.

O quinto e último passo envolve a *avaliação* do processo. Desse modo, o docente poderá adotar critérios objetivos e subjetivos para avaliar o nível de aprendizado do aluno. Assim, pode-se verificar, por exemplo, sua aquisição do conhecimento matemático, a produção do modelo e a extensão e aplicação do conhecimento. A avaliação é relevante também para que o professor utilize os resultados alcançados para redirecionar seu trabalho.

Conhecer essa dinâmica de desenvolvimento é primordial para que o docente possa desenvolver um trabalho significativo adotando a Modelagem Matemática. No entanto, Oliveira (2009) enfatiza que ao utilizá-la, o professor não precisa saber a fundo sobre todos os assuntos. Isso porque na Modelagem é possível que se recorra a outros profissionais estabelecendo parcerias. Nesse fato, revela o autor, reside um dos principais aspectos da Modelagem Matemática que é a flexibilidade. Ademais, sua utilização proporciona também uma conexão com outros professores e com outras áreas do conhecimento.

A princípio, em função da abstração exigida, a Modelagem Matemática pode parecer uma estratégia pouco aplicável para alunos com Transtorno do Espectro Autista, no entanto, algumas adaptações são possíveis para viabilizar sua participação.

Como visto anteriormente, a Modelagem é feita a partir da realidade dos estudantes tendo em vista uma situação exposta por eles. Esta característica representa um ponto positivo e vai de encontro com o proposto por Cunha (2016) ao sugerir que as atividades para educandos com TEA explorem seu cotidiano fazendo com que ele demonstre mais interesse. Além disso, ao ser desenvolvida em grupo, essa alternativa pode beneficiar de forma significativa sua interação com os demais.

Outro item a se considerar, refere-se ao fato de que a Modelagem Matemática é feita por etapas o que pode ser favorável para o envolvimento desses alunos, pois, tal como sinaliza Gaiato (2019), as atividades divididas em partes tendem a prender mais a atenção do autista propiciando que este se concentre mais em cada momento da atividade. Com fundamento nos estudos da autora, é possível conceber também que, uma vez que as pessoas com autismo podem apresentar dificuldade em transpor

situações propostas em sala de aula para outras situações fora desse contexto, a Modelagem Matemática pode ser importante para a superação desse obstáculo visto que a mesma já tem como ponto de partida a realidade do aluno.

De forma a adaptar essa estratégia para proporcionar a participação de autistas, algumas ferramentas podem ser utilizadas. Kato e Cardoso (2016) apresentam um relato de experiência envolvendo o uso da Modelagem Matemática em que fazem parte da atividade vídeos e oficinas. Segundo os autores, os vídeos podem ser usados não só para apresentar visualmente a situação ou o tema em estudo como também em outros momentos da atividade para exemplificar cada etapa do processo. Considerando-se que pessoas com TEA tem como habilidade a acuidade visual, os vídeos poderão ser um recurso interessante para estimular seu interesse em participar do desenvolvimento do trabalho.

As oficinas propostas por esses autores referiam-se à confecção de pipas e a partir de uma dada situação-problema, os modelos matemáticos foram pensados. Apesar de ter sido originalmente aplicada para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, os princípios da atividade podem ser oportunos para o trabalho nos anos iniciais. Ao estabelecer a utilização de materiais concretos e a manipulação de objetos (no caso a confecção da pipa), é possível favorecer o aprendizado dos alunos com TEA assim como dos demais estudantes. Nessa lógica, Benini e Castanha (2016) concebem que os materiais concretos

[...] representam um ganho significativo na aprendizagem, permitindo ao aluno com autismo o desenvolvimento de habilidades de observação, investigação, análise e raciocínio. A utilização desses materiais além de estimular a capacidade de construir significados desperta a atenção e promove a ampliação de seu vocabulário (BENINI; CASTANHA, 2016, p. 14).

Sendo assim, a Modelagem Matemática apresenta-se como uma estratégia interessante e viável para ser trabalhada com a turma toda, pois ao se basear na investigação e nos conhecimentos prévios dos alunos, a aprendizagem dos conceitos matemáticos se torna mais significativa. Nesse sentido, Kato e Cardoso (2016, p. 164) ainda salientam que “o mais importante não é a obtenção do modelo matemático, e sim o percurso realizado pelo aprendiz, durante o qual o conhecimento matemático se sistematiza e se aplica”.

Ao utilizar a Modelagem, os conteúdos matemáticos passam a fazer mais sentido para os alunos dado que a atividade tem origem em situações reais do seu cotidiano. Além disto, eles se veem como parte integrante do processo, pois têm a possibilidade de resolver problemas que eles mesmos propuseram. Nesse contexto, ao propiciar o desenvolvimento de um trabalho baseado na resolução de uma situação-problema derivada da realidade, a Modelagem Matemática pode colaborar com a aquisição de habilidades de raciocínio estimulando a capacidade crítica e criativa dos estudantes tanto neurotípicos quanto aqueles que apresentam alguma deficiência como o TEA.

1.4 Jogos

Grandes aliados para a aprendizagem dos conteúdos da Matemática, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, são os jogos. Essa estratégia tem sido bastante utilizada, pois desperta o interesse dos alunos, aborda os conteúdos de forma lúdica, permite a aquisição de habilidades e proporciona o envolvimento de toda a turma em torno da atividade.

Em acepção ao exposto nos PCN,

Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um “fazer sem obrigação externa e imposta”, embora demande exigências, normas e controle (BRASIL, 1997, p. 35).

Assim sendo, ao adotar essa proposta nas salas de aula, Marim e Barbosa (2010) asseguram que o professor tem a oportunidade de abrir espaço para o lúdico de modo que se desenvolva nas crianças a criatividade, a intuição e a capacidade de iniciativa. Além disso, se devidamente planejadas, as atividades envolvendo jogos podem favorecer substancialmente a construção do conhecimento matemático.

Itacarambi (2013) destaca que o jogo desempenha um papel fundamental na produção do conhecimento, uma vez que o aluno ao participar da atividade se apropria de conhecimentos produzidos socialmente permitindo que ele aprenda conteúdos que poderão ser usados em suas práticas sociais dentro e fora da escola.

Ainda com relação à importância da utilização dessa estratégia, Ribeiro (2008) reforça que

[...] a inserção dos jogos no contexto escolar aparece como uma possibilidade altamente significativa no processo de ensino-

aprendizagem, por meio da qual, ao mesmo tempo em que se aplica a ideia de aprender brincando, gerando interesse e prazer, contribui-se para o desenvolvimento cognitivo, afetivo e social dos alunos (RIBEIRO, 2008, p. 19).

Nesse cenário, é possível encontrar uma infinidade de jogos que podem ser utilizados com fins pedagógicos objetivando a introdução de um conteúdo, assimilação ou mesmo reforço de um conceito matemático definido. Grando (1995) estabelece uma classificação para os jogos considerando seus aspectos didático-metodológicos. Esta classificação é relatada no diagrama a seguir:

Figura 7: Tipos de Jogos segundo Grando (1995)



Fonte: Autoria própria

Com base nessa classificação de Grando (1995) tem-se então:

- Jogos de azar: são aqueles que dependem apenas da “sorte” para se vencer o jogo, ou seja, o jogador não pode intervir e alterar o resultado. Nesse grupo estão jogos como lançamento de dados, par ou ímpar, loterias, etc.

- Jogos de quebra-cabeça: nesses jogos geralmente o participante joga sozinho e precisa raciocinar para encontrar uma solução. Como exemplos pode-se destacar os enigmas, quebra-cabeças diversos, charadas, entre outros.

- Jogos de estratégia: são aqueles que dependem unicamente do jogador que elabora uma estratégia para vencer. Nesse grupo se encaixam o xadrez, a dama, dominó, e outros.

- Jogos de fixação de conceitos: como o próprio nome diz, são jogos para fixar

conceitos trabalhados em sala de aula de forma a tornar a assimilação dos conteúdos mais lúdica.

- Jogos pedagógicos: nesse grupo podem ser incluídos todos os jogos citados anteriormente. Estes são usados com um objetivo pedagógico em que o lúdico atua para contribuir com o processo de ensino-aprendizagem.

- Jogos computacionais: são jogos projetados e executados em meio eletrônico. No atual contexto, são os mais modernos e os que despertam maior interesse.

Ao estabelecer essa classificação, Grando (1995) esclarece que ela não esgota as possibilidades de jogo. Outras classificações e outros tipos de jogos poderão ser listados ou criados a depender da criatividade dos professores e dos alunos.

A respeito das atividades com jogos, Carcanholo e Oliveira (2016, p. 96) indicam que o papel do educador na condução do trabalho é essencial. Ao lançar mão dessa alternativa, o professor precisa levar em consideração a realidade de seus alunos para que os jogos sejam adequados ao desenvolvimento cognitivo, emocional e social dos mesmos. Os autores nessa compreensão, explicam que “[...] a função do professor não se restringe apenas na escolha e proposição dos jogos. Ele precisa estar atento ao desenvolvimento do jogo, antes, durante e após as partidas”.

Dessa forma, fundamentando-se em autores como Alves (2015), Marim e Barbosa (2010), Itacarambi (2013), Grando (1995, 2000), dentre outros, é possível estabelecer alguns procedimentos essenciais para se desenvolver atividades envolvendo os jogos como estratégia para a prática pedagógica conforme a representação abaixo:

Figura 8: Etapas para o desenvolvimento das atividades com jogos



Fonte: Autoria própria

Atentar-se para o cumprimento dessas etapas é uma forma de garantir que o jogo terá de fato um objetivo pedagógico de maneira a trabalhar conteúdos matemáticos de uma forma mais lúdica. A seguir tem-se um detalhamento de cada uma dessas etapas:

- **Planejamento:** Nessa fase o professor irá preparar a atividade. Para tanto, verificará a aplicabilidade do jogo, sua compatibilidade com o conteúdo a ser abordado e sua adequação à faixa etária dos alunos. Além disso, irá estabelecer os objetivos a serem alcançados, as regras para o jogo e preparar os materiais para a atividade.

Alves (2015) ressalta a importância de se estabelecer objetivos para os jogos. Ao ter clareza dos objetivos, os estudantes se esforçarão para traçar uma estratégia que os leve à vitória. Nessas atividades, mostra-se relevante também a proposição de regras que estabelecerão os limites do que pode ou não ser feito desenvolvendo nos alunos o senso de responsabilidade.

- **Apresentação:** nesse momento ocorrerá a explicação para a turma sobre o jogo que irão jogar. Assim, o professor explicará os objetivos e as regras que envolvem a atividade contextualizando a mesma e demonstrando que o jogo além de divertir serve também para ensinar e aprender. Esse passo servirá para despertar a curiosidade dos alunos e seu interesse em participar da atividade.

- **Desenvolvimento:** Essa etapa relaciona-se com o jogo em si. O docente atua como mediador e orientador da atividade. Ele deve observar como os alunos estão se saindo intervindo quando necessário de forma a instigar a formulação de hipóteses e a criação de estratégias por eles.

- **Avaliação:** Momento de verificar se a atividade com jogos atingiu seus objetivos analisando os conhecimentos assimilados pelas crianças.

De acordo com Alves (2015, p. 40), é essencial que toda atividade envolvendo jogos seja avaliada, pois “[...] é por intermédio da avaliação participativa, feita por todos que realizaram a tarefa, que se podem conhecer os pontos positivos e os negativos e colher sugestões para corrigir os erros e persistir nos acertos”.

Considerando o desenvolvimento de práticas com jogos, Grando (2000) em sua tese destaca que na realização dessas atividades há alguns momentos a serem considerados. Ela os denomina de “momentos de jogo” e elenca sete deles tal qual exposto a seguir:

Figura 9: “Momentos” de jogo

Fonte: Autoria própria com base em Grandó (2000)

Considerar esses momentos, para Grandó (2000), é uma forma de explorar o jogo pedagogicamente sem que, no entanto, ele perca seu caráter lúdico. Desse modo, no primeiro momento os alunos terão contato com o material do jogo, se familiarizando com ele e identificando os materiais já conhecidos.

Em seguida, passa-se ao reconhecimento das regras do jogo que podem ser lidas ou explicadas por meio de partidas-modelo.

O terceiro momento é denominado “jogo pelo jogo”. Nessa fase, possibilita-se que os estudantes joguem com o objetivo apenas de compreender as regras e garantir que elas serão cumpridas.

A seguir, há o momento de intervenção pedagógica verbal onde o professor passa a orientar a ação para que os alunos façam análises de suas jogadas estimulando o raciocínio para a resolução dos problemas do jogo.

O quinto passo, por sua vez, se refere ao registro do jogo que pode ser uma importante ferramenta para que os alunos registrem suas estratégias e identifiquem suas dificuldades.

Após esse momento, segue-se para a intervenção escrita onde ocorrerão as problematizações das situações de jogo. Nessa fase, as crianças resolvem situações-problema elaboradas pelo professor ou por elas próprias.

Por fim, há o momento de se jogar com “competência” onde os estudantes jogarão aplicando as estratégias definidas nas etapas anteriores de forma a verificar se elas foram eficientes para solucionar o jogo.

Ao considerar o ensino de Matemática por meio de jogos, é necessário que o educador se atente para que eles não sejam utilizados apenas como passatempo e também para que seu caráter pedagógico não exclua sua ludicidade. Por esse motivo, Kishimoto (1998) explica que o jogo como alternativa para o trabalho em sala de aula apresenta duas funções: a função lúdica (voltada para a diversão e o prazer na atividade) e a função educativa (voltada para a aquisição de conhecimentos). Nas palavras do autor,

O equilíbrio entre as duas funções é o objetivo do jogo educativo. [...] o desequilíbrio provoca duas situações: não há mais ensino, há apenas jogo, quando a função lúdica predomina ou, o contrário, quando a função educativa elimina todo hedonismo, resta apenas o ensino (KISHIMOTO, 1998, p.19).

Desse modo, por meio dos jogos os aprendizes podem vivenciar momentos de interação, superação e reflexão onde os conceitos matemáticos podem ser construídos intuitivamente.

Por sua natureza lúdica e por propiciar momentos de interação social, o jogo se configura como uma estratégia bastante viável para o aprendizado de crianças com autismo. Nessa perspectiva, Medeiros (2011) sustenta que os jogos são bastante úteis para a aprendizagem e se bem empregados podem ampliar as possibilidades de compressão por meio de experiências significativas. A autora argumenta ainda que essa alternativa permite que os alunos autistas troquem informações, questionem e explicitem suas ideias e estratégias progredindo em seu processo de aprendizagem e comunicação.

Devido às limitações na área da comunicação e das relações sociais, é possível que o aluno com Transtorno do Espectro Autista apresente resistência ou mesmo não saiba como proceder. Como um exemplo disso, Chiote (2015) apresenta o caso de uma criança autista que não sabia brincar, pois sua participação nas situações de jogo era restrita e ele interagia pouco com os demais colegas. Para a autora, a ação mediadora do professor nessas situações é determinante para a superação dessa dificuldade. Isso porque, por meio da mediação, o professor incentiva a interação social do autista com outras crianças sem o transtorno, possibilitando a ele uma oportunidade de aprendizado e transformação, podendo inclusive diminuir os comportamentos vistos como inadequados.

Consoante afirma Cunha (2016), o autista pode apresentar dificuldades para compreender a linguagem simbólica. Esse fator pode se configurar como uma limitação no momento de jogo. Diante dessa situação, o professor deverá intervir e dirigir a atividade mostrando ao aluno a forma de exploração do jogo.

Sendo a etapa de planejamento uma das mais importantes quando se pretende utilizar o jogo com fins didáticos, é necessário que o professor se atente para alguns aspectos de modo a adequar a atividade para os educandos com TEA.

Gaiato (2019) alerta para que o professor tenha cuidado com o excesso de estímulos secundários. Para tanto, ao propor o jogo, os distratores devem ser eliminados. Assim, o ideal é que no momento da atividade a criança possa se concentrar naquela tarefa sem ser perturbado com estímulos visuais e orais em demasia. A autora observa ainda que as regras devem ser ditas de forma clara para que o aluno entenda o que se espera dele. Assim, o professor pode explicá-las verbalmente de forma simples, por meio de imagens ou mesmo demonstrativamente.

Apesar das limitações inerentes ao autismo no que concerne à interação social, o jogo não deve ser desconsiderado como possibilidade para a prática pedagógica. Isso porque, bem como afirma Brito e Sales (2017, p. 81), o jogo quando bem aplicado “[...] trabalha sociabilização, desenvolve os pontos fortes e atenua os pontos fracos do educando”. Assim, os jogos serão importantes para o desenvolvimento social, cognitivo e emocional do aluno com TEA se configurando como uma estratégia significativa no processo de inclusão escolar. Nesta perspectiva, Carvalho e Nunes (2016) orienta que os jogos são fundamentais para o desenvolvimento de habilidades acadêmicas, principalmente aqueles de memória, quebra-cabeças, encaixe, entre outros.

Diante do exposto, compreende-se então, que os jogos são uma interessante alternativa para a prática pedagógica tanto para alunos com autismo quanto para aqueles sem o transtorno. No entanto, sua utilização deve estar pautada em um planejamento da atividade onde serão especificados os objetivos, os conteúdos a serem trabalhados, as regras do jogo, os detalhes do desenvolvimento e as formas de avaliação. Estar atento a esses pontos fará com que o jogo cumpra sua função pedagógica despertando nos alunos o interesse em aprender propiciando uma aquisição de conceitos matemáticos de forma lúdica e duradoura.

1.5 Tecnologias da Informação e Comunicação

As Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC têm se ampliado rapidamente e estão presentes na vida da maioria da população. Sua utilização causa impactos nas mais diversas áreas da sociedade e na educação não é diferente.

As Tecnologias da Informação e Comunicação no olhar de Giordano, Langhi e Cilli (2017), correspondem a processos e produtos que se transformam constantemente e derivam principalmente da eletrônica e da área das telecomunicações. A informação constitui a principal matéria-prima das tecnologias e sua ação é substancialmente virtual.

As TIC para Coll e Monereo (2010, p.17), se fundamentam no mesmo princípio básico, ou seja, elas se valem da “[...] possibilidade de utilizar sistemas de signos – linguagem oral, linguagem escrita, imagens estáticas, imagens em movimento, símbolos matemáticos, notações musicais, etc. – para representar uma determinada informação e transmiti-la”.

A difusão dessas tecnologias influenciou de maneira decisiva a comunicação tornando-a mais ágil e acessível. Além disso, o crescente acesso às TIC e às suas ferramentas como computadores, *tablets*, celulares, entre outros, tem provocado mudanças significativas na sociedade.

Essas transformações promovidas pelas Tecnologias da Informação e da Comunicação também impactaram a educação de tal modo que tem suscitado a aquisição de novos conhecimentos, pesquisas e, sobretudo, reflexões sobre o uso das ferramentas tecnológicas em sala de aula.

Moran, Masetto e Behrens (2014) explicam que os progressos alcançados no mundo digital trazem diversas possibilidades para o processo de ensinar e aprender. No entanto, incorporar a tecnologia nesse processo depende em grande parte de uma mudança na postura do professor. Nesse contexto, cabe a ele assumir uma postura de mediador de forma a tornar o processo de ensino-aprendizagem mais flexível, integrado, empreendedor e inovador com o auxílio das TIC.

A Base Nacional Comum Curricular (2018, p. 223), em referência ao uso das tecnologias no ensino de Matemática mais especificamente, recomenda ao professor a utilização de “[...] processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do

conhecimento, validando estratégias e resultados”.

Nesse contexto, o docente precisa buscar meios de se capacitar para que possa utilizar os recursos que as tecnologias oferecem a seu favor visando melhorar a prática educativa proporcionando experiências novas e consequentemente melhorando o aprendizado dos alunos. Essa necessidade de formação e busca por capacitação para implementar um trabalho fundamentado nas TIC é premente. Isto posto, Araújo (2004) entende que

[...] a utilização das TICs pelos professores, como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem, possa servir de inovação pedagógica, mas para que isso aconteça, é fundamental que o professor tenha conhecimento sobre as possibilidades do recurso tecnológico, para poder utilizá-lo como instrumento de atividade (ARAÚJO, 2004, p.77).

A qualificação, desse modo, se faz necessária para que o professor possa lidar com as ferramentas oferecidas pelas Tecnologias da Informação e Comunicação de maneira a contribuir significativamente para que o processo de ensino-aprendizagem seja modernizado trazendo melhores resultados. Essas ferramentas são variadas e especificamente quanto ao ensino dos conteúdos matemáticos, pode-se recorrer à utilização desde calculadoras, passando por computadores, *tablets*, celulares até *softwares* próprios para a área da Matemática.

O computador é um dos primeiros instrumentos que são lembrados quando se pensa em integrar as TIC à sala de aula com o intuito de dinamizar o ensino de Matemática. Apesar de não estarem presentes na totalidade das escolas, os computadores vem sendo cada vez mais usados para agregar as experiências educacionais.

Consoante pondera Milani (2001), o computador representa o principal instrumento do avanço tecnológico. Configura-se um desafio utilizar todo seu potencial para aperfeiçoar o processo educacional. No entanto, enfrentar esse desafio poderá ser benéfico tendo em vista as vantagens que o uso do computador pode trazer para o ensino, tais como: a participação ativa que ele exige do aluno; a criatividade e a autocorreção que a visualização rápida dos trabalhos oferece; a possibilidade de o aluno aprender em seu próprio ritmo; a articulação que pode ser feita entre texto, imagem, som e movimento; a facilidade de registro, arquivamento e troca de informações e a execução rápida de tarefas mais mecânicas que poderiam demandar

mais tempo se não fossem feitas no computador.

Para viabilizar o emprego dos computadores de forma a aliar seu potencial com a necessidade de ensinar os conteúdos matemáticos, os professores podem fazer uso dos *softwares* criados para esse fim. No entendimento de Alberto, Costa e Carvalho (2010), considerando-se o uso dos *softwares*,

[...] percebeu-se que os ambientes de aprendizagem gerados por aplicativos informáticos podem dinamizar os conteúdos curriculares e potencializar o processo de ensino-aprendizagem voltado à experimentação matemática, com possibilidades de surgimento de novos conceitos e novas teorias matemáticas (ALBERTO; COSTA; CARVALHO, 2010, p. 251).

Relativo a isto, Piccoli (2006, p.46) chama atenção para o fato de que é preciso saber o modo como o *software* será utilizado. Dessa forma, a escolha do mesmo deve se basear na proposta pedagógica, no conteúdo a ser ministrado e nos objetivos a serem alcançados com a atividade. Logo, “não se faz uma proposta de ensino para se usar um *software*; ao contrário, escolhe-se o *software* em função da proposta de ensino adotada”.

Nessa perspectiva, Milani (2001, p. 178) também alerta para o fato de que nenhum *software* é amparado por si mesmo, ou seja, ele por si só não irá melhorar a aprendizagem dos alunos. Destarte, “o uso de um excelente *software* não é garantia de um bom trabalho, assim como um *software* ruim não produz, obrigatoriamente, maus resultados”.

Alguns entraves podem ser encontrados para a utilização de *softwares* de ensino nas escolas tendo em vista que demandam um custo para aquisição e registro de licenças. Caso estejam disponíveis, é importante que seu uso seja planejado e tenha objetivos claros voltados para o trabalho com os conteúdos matemáticos específicos para aquele momento. Se, por ventura, não existirem *softwares* em sua escola, o professor poderá utilizar o computador de outras maneiras que também poderão agregar em sua prática pedagógica.

Nesse sentido, Moran, Masetto e Behrens (2014) apresentam outros recursos que poderão ser utilizados pelos professores. Dentre eles estão tecnologias para apoio à pesquisa como a *web*; tecnologias para o desenvolvimento de projetos por meio da criação de *blogs* e *sites*; programas para a construção de mapas e esquemas conceituais e tecnologias para a comunicação e publicação.

Tais recursos, relatam os autores, podem ser usados de forma criativa e inovadora e se tiverem objetivos bem definidos e o trabalho for bem conduzido serão um excelente suporte para o trabalho do professor.

É comum se pensar apenas em equipamentos eletrônicos como computadores e celulares quando se fala em tecnologia. No entanto, na categoria de Tecnologias da Informação e Comunicação também estão inclusos os televisores, projetores *data-show* e as calculadoras.

Essas últimas, bastante usadas em ambientes fora da sala de aula, podem ser um recurso interessante para motivar os alunos em atividades de cálculo, por exemplo. Nas proposições dos PCN, o uso de calculadoras pode favorecer o ensino de Matemática atuando como instrumento para os alunos realizarem tarefas exploratórias e de investigação.

Nesse ponto de vista, Mendes (2009) analisa que as calculadoras são um instrumento bastante acessível e disponível de forma universal sendo utilizadas por diversas profissões. Em função disso, o autor considera que há a necessidade de que nas aulas de Matemática seu uso seja incentivado para subsidiar os estudantes nesse aprendizado que poderá ser requerido mesmo depois de terminarem os estudos.

Borba e Selva (2009) refletiram sobre um estudo realizado com professores dos anos iniciais que aponta algumas vantagens do uso da calculadora como a possibilidade de realização rápida de cálculos; a apuração de resultados alcançados por meio do cálculo escrito ou mental; a facilitação na resolução de problemas; o desenvolvimento do raciocínio e a assimilação de conceitos matemáticos. As autoras apresentam, ainda, alguns usos possíveis para a calculadora nas salas de aula dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Dentre eles está a utilização da calculadora para aliviar a carga operacional de algumas operações.

Assim, Borba e Selva (2009) no tocante à utilidade da calculadora afirmam que

Quando se deseja que a realização de operações aritméticas não seja um empecilho à compreensão de outros conteúdos matemáticos, a calculadora mostra-se um recurso muito útil. Assim, pode-se garantir que os estudantes efetuem corretamente operações por meio da calculadora e a discussão concentre-se nos resultados obtidos (BORBA; SELVA, 2009, p.59).

Logo o aluno não terá que se preocupar em realizar cálculos repetitivos e poderá se concentrar na discussão dos resultados obtidos lendo e interpretando as informações

e a solução dos problemas apresentados.

Recentemente no Brasil, um avanço relacionado às Tecnologias da Informação e Comunicação abriu espaço para as chamadas Tecnologias Assistivas - TA. Apesar dos estudos e progressos relacionados às TA serem ainda incipientes, esta é uma área que tende a se desenvolver bastante pois busca meios para efetivar a inclusão.

Na percepção de Galvão Filho (2009), a

Tecnologia Assistiva é uma área do conhecimento, de característica interdisciplinar, que engloba produtos, recursos, metodologias, estratégias, práticas e serviços que objetivam promover a funcionalidade, relacionada à atividade e participação de pessoas com deficiência, incapacidades ou mobilidade reduzida, visando sua autonomia, independência, qualidade de vida e inclusão social (GALVÃO FILHO, 2009, p. 231).

Nesse contexto, a Tecnologia Assistiva se volta para o oferecimento de um suporte para pessoas com deficiência para garantir sua autonomia pessoal e vida independente. Tem como característica a multidisciplinaridade, uma vez que envolve diversas áreas e é composta por produtos, recursos, estratégias, práticas, processos, métodos e serviços.

Para Freitas *et al* (2010), existem Tecnologias Assistivas para atender às mais diversas especificidades podendo incluir próteses auditivas, visuais ou físicas, equipamentos para reabilitação, materiais pedagógicos, ou mesmo *hardwares* (teclados ampliados, impressoras braile, mouses especiais, etc) e *softwares* (simuladores de teclado e comunicação alternativa, lupas virtuais, leitores de tela, entre outros).

Para alunos com o Transtorno do Espectro Autista, uma das ferramentas das Tecnologias Assistivas pode ser bastante útil. Trata-se da Comunicação Alternativa que se destina à ampliação das habilidades de comunicação. Orrú (2012) destaca o uso da Comunicação Alternativa para o desenvolvimento da capacidade do autista de expressar sentimentos e pensamentos de forma a promover sua habilidade de se comunicar.

Galvão Filho (2009, p. 232) revela que especificamente para a educação, as Tecnologias Assistivas podem assumir um papel de “[...] ponte para abertura de novo horizonte nos processos de aprendizagem e desenvolvimento de alunos com deficiências até bastante severas”.

Concernente a isso, o autor afirma ainda que o vínculo entre a educação e as Tecnologias Assistivas pode conferir aos educandos com deficiência maior

capacidade e predisposição para o aprendizado posto que facilita sua interação, relação e atuação na escola por meio de recursos que auxiliarão na redução de barreiras sejam elas motoras, visuais, auditivas e/ou de comunicação.

Nessa perspectiva, Benini e Castanha (2016) asseguram que a utilização das tecnologias ultrapassa seu sentido instrumental, pois estas se mostram uma alternativa muito preciosa para o aprendizado dos alunos proporcionando autonomia, principalmente para aqueles que apresentam alguma deficiência como o TEA. A esse respeito os autores alegam que, no campo da educação para autistas, as TIC têm conseguido alcançar grandes êxitos uma vez que influencia de maneira positiva na sua aprendizagem e desenvolvimento.

Cunha (2016) corrobora com a tese do uso das tecnologias no ensino-aprendizagem de educandos com TEA. Para o autor

Muitas pessoas com o espectro autista as utilizam com muita proficiência, penetrando nas redes sociais da *web*, fazendo parte dos processos colaborativos que elas fomentam. A Internet é um lugar onde muitos deles são mais habilidosos do que os mestres da escola. É a tendência natural da contemporaneidade (CUNHA, 2016, p. 130).

Dentre as tecnologias que podem ser empregadas com fins didáticos, estão os jogos digitais ou interativos disponíveis através de aplicativos para celulares, *tablets* ou computador ou sites da internet.

Em uma pesquisa desenvolvida por Carvalho e Nunes (2016), buscou-se associar o lúdico com as tecnologias digitais para se aproximar ao interesse das crianças autistas que se desinteressavam por outras atividades, mas tinham grande atração por aquelas que envolviam tecnologia. Para tanto, foram experimentados alguns jogos interativos para estimular o interesse e favorecer o aprendizado. Conforme resultados apresentados pelas pesquisadoras, foi possível constatar que essa estratégia melhorou os níveis de comunicação, o raciocínio lógico e contribuiu para a minimização de comportamentos inadequados.

Diante do exposto, observa-se que diversas são as possibilidades que as Tecnologias da Informação e Comunicação oferecem para dinamizar e promover um ensino mais rico, efetivo e inclusivo. No entanto, conforme afirma Mercado (2002), é preciso que o professor se capacite e assuma uma postura de mediador entre a tecnologia, os conteúdos e os alunos. Isso porque, na percepção do autor, os problemas

da educação não serão resolvidos tão somente pela tecnologia. Por isso, é necessário que o docente seja um mediador da aprendizagem deixando de lado a postura de detentor único do saber e passando a encaminhar o aluno nos processos de pesquisa e na busca de seu próprio aprendizado.

Assim, ao se valer dos vários instrumentos que as TIC proporcionam, o professor precisa ter um planejamento adequado, objetivos claros e previamente definidos e assegure a adequação desses recursos aos conteúdos matemáticos a serem trabalhados de forma a garantir um ensino mais dinâmico, criativo e inovador que rompa com as práticas tradicionalistas de ensino.

1.6 Aprendizagem Baseada em Projetos

Tanto os Parâmetros Curriculares Nacionais quanto a Base Nacional Comum Curricular enfatizam a necessidade de se trabalhar em sala de aula de modo a considerar a contextualização do ensino partindo da experiência cotidiana do aluno e fundamentando-se na interdisciplinaridade e no desenvolvimento de competências e habilidades que serão imprescindíveis na formação integral do aluno.

Nesse sentido, uma proposta vem se destacando como alternativa para agregar esses aspectos ao processo de ensino-aprendizagem e torná-lo mais significativo e eficaz. Denominada Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP), esta estratégia tem uma concepção de trabalho que se ajusta bem ao ensino de Matemática.

Bender (2014) concebe que

A aprendizagem baseada em projetos (ABP) é uma das mais eficazes formas disponíveis de envolver os alunos com o conteúdo de aprendizagem e, por essa razão, é recomendada por muitos líderes educacionais como uma das melhores práticas educacionais na atualidade. [...] A ABP é um formato de ensino empolgante e inovador, no qual os alunos selecionam muitos aspectos de sua tarefa e são motivados por problemas do mundo real que podem, e em muitos casos irão, contribuir para sua comunidade (BENDER, 2014, p.15).

Nessa circunstância, a Aprendizagem Baseada em Projetos apoia-se na utilização de projetos realistas que partem de uma questão, tarefa ou problema desafiador que não pode ser facilmente respondido demandando do aluno um trabalho investigativo aprofundado.

De acordo com Markham, Larmer e Ravitz (2008), a Aprendizagem Baseada em

Projetos pode trazer diversos benefícios se utilizada da forma adequada. Desse modo, adotar a ABP poderá resultar, entre outros fatores: na superação da dicotomia entre conhecimento e pensamento levando os alunos a “saber” e “fazer”; na condução do aluno na aprendizagem e prática de habilidades de resolução de problemas, comunicação e autogestão; no desenvolvimento de hábitos voltados para uma aprendizagem contínua; na integração entre áreas curriculares; na criação de uma comunicação efetiva e de relações cooperativas entre os estudantes e no atendimento das necessidades de alunos com diferentes níveis de habilidades e estilos de aprendizagem.

A Aprendizagem Baseada em Projetos tem alguns aspectos essenciais que a caracterizam como pode ser observado no quadro abaixo:

Quadro 1: Aprendizagem baseada em projetos – características essenciais

Âncora	Questão motriz	Voz e escolha do aluno	Trabalho em equipe cooperativo	Investigação e inovação	Oportunidades de reflexão	Habilidades do século XXI	Resultados apresentados publicamente	Feedback e revisão
--------	----------------	------------------------	--------------------------------	-------------------------	---------------------------	---------------------------	--------------------------------------	--------------------

Fonte: Autoria própria fundamentada em Bender (2014)

Cada uma das características exibidas no quadro acima possui especificidades que diferenciam a ABP de outros projetos comuns adotados nas escolas. Assim sendo, para que o projeto se encaixe na natureza de Aprendizagem Baseada em Projetos é necessário atentar-se para os seguintes aspectos:

- *Âncora*: relaciona-se com o recurso (vídeo, notícia, artigo ou apresentação multimídia) que será utilizado para contextualizar e preparar o cenário para o projeto de forma a gerar o interesse dos alunos.

- *Questão motriz*: pergunta instigante ou situação-problema que norteará o projeto. Esta deve despertar a atenção dos alunos fazendo com que se esforcem no desenvolvimento do trabalho.

- *Voz e escolha do aluno*: durante o andamento do projeto, os estudantes devem ter a oportunidade de se manifestar fazendo escolhas e tomando decisões, exercitando e consolidando sua autonomia.

- *Trabalho em equipe cooperativo*: nesse aspecto, incentiva-se a colaboração entre os alunos como forma de tornar as vivências de aprendizagem mais autênticas.

- *Investigação e inovação*: os aprendizes devem buscar diversas fontes de informação (livros, sites, vídeos, etc.) além de formular questionamentos adicionais a partir da questão motriz.

- *Oportunidades de reflexão*: a Aprendizagem Baseada em Projetos pressupõe que devam ser criadas oportunidades para que os aprendizes possam refletir sobre determinadas questões durante a execução do projeto.

- *Habilidades para o século XXI*: o trabalho com a ABP deve se orientar para o desenvolvimento de habilidades como a colaboração e a criatividade, o raciocínio lógico, a comunicação e o uso de tecnologias digitais.

- *Resultados apresentados publicamente*: na proposta da ABP a apresentação dos resultados alcançados deve ser pública. Essa apresentação desenvolverá a capacidade de comunicação dos alunos além de incentivá-los a criar produtos melhores e exercer a liderança preparando-os para o mundo do trabalho.

- *Feedback e revisão*: o professor deve orientar constantemente os estudantes durante o desenvolvimento do trabalho dando retorno de sua evolução para os mesmos.

Com base nesses aspectos, verifica-se que na Aprendizagem Baseada em Projetos professor e aluno assumem um papel diferente do que está perpetuado pela visão tradicional de ensino. Dessa forma, o docente passa a ser mediador, condutor ou orientador do processo. Não cabe a ele expor todo o conteúdo. Pelo contrário, ele irá apresentar a questão motriz juntamente com uma breve contextualização do problema orientando o aluno na busca de soluções para o mesmo. O estudante, por sua vez, desempenha um papel ativo na aprendizagem através da investigação empenhando-se para atingir seus objetivos.

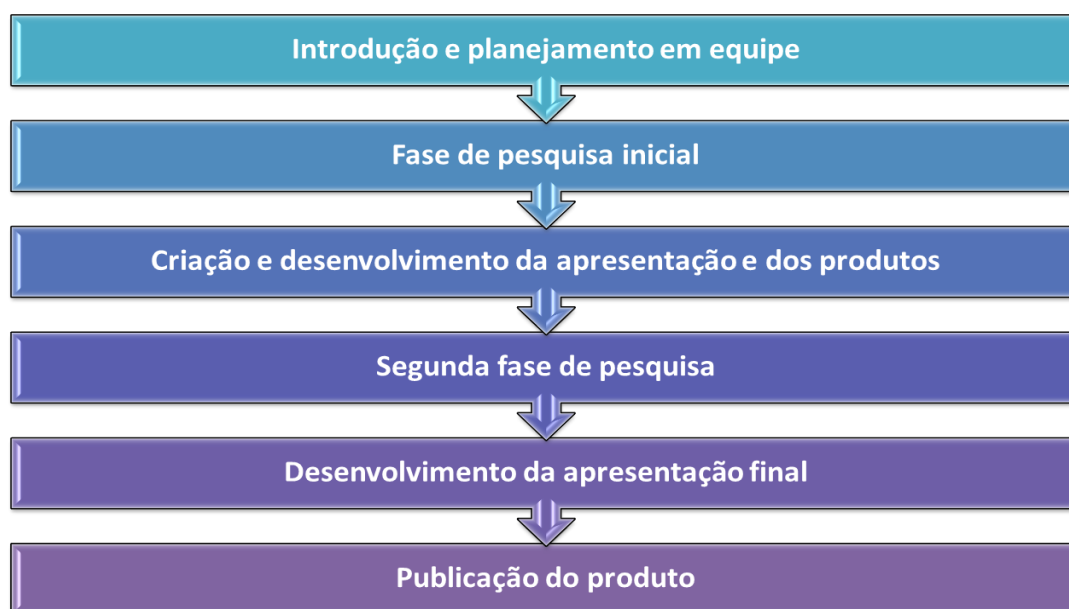
Para alcançar seus propósitos, o trabalho com a ABP precisa ser bem planejado considerando as características essenciais elencadas anteriormente. Em razão disso, Markham, Larmer e Ravitz (2008, p. 27) alegam que projetos significativos “[...] não ocorrem por acidente. Eles são resultado de rigoroso planejamento direto que inclui

resultados ponderados, cronogramas e estratégias de gerenciamento”.

Assim sendo, é na etapa de planejamento que serão definidos itens como a questão motriz, a âncora, os recursos tecnológicos disponíveis que poderão ser utilizados e o tempo necessário para o desenvolvimento do projeto, por exemplo.

Feito o planejamento, o próximo passo é colocar a ABP em prática. Para tanto, Bender (2014) apresenta uma estrutura simplificada voltada para os professores que não possuem muita experiência com a Aprendizagem Baseada em Projetos para que se sintam mais capazes de lidar com essa proposta. As etapas sugeridas por Bender (2014) são apresentadas a seguir:

Figura 10: Etapas da Aprendizagem Baseada em Projetos



Fonte: Autoria própria com base em Bender (2014)

A execução de cada etapa descrita na figura 19 garantirá a implementação da Aprendizagem Baseada em Projetos. Consoante afirma Bender (2014, p. 60), “quanto mais articuladas são as etapas no processo de ensino, mais provavelmente os professores se sentirão à vontade para iniciar a ABP”.

Nesse contexto, Bender (2014) apresenta um detalhamento de cada etapa de modo a esclarecer melhor como se dará o desenvolvimento do projeto tal como se segue:

- *Introdução e planejamento em equipe*: nessa primeira etapa os alunos irão analisar a âncora e refletir sobre a questão motriz. Depois desse momento, a turma

será dividida em grupos que trabalharão para resolver o problema apresentado. Para tanto, serão atribuídas atividades para que eles façam um planejamento para desenvolver as ideias. Na ABP cada aluno tem um papel definido mesmo estando em grupo.

- *Fase de pesquisa inicial*: essa fase relaciona-se com a coleta de informações e investigação. Os estudantes deverão buscar diversas fontes de informação como livros, vídeos, entrevistas, entre outros de forma a compreender melhor o assunto em questão.

- *Criação e desenvolvimento da apresentação e dos produtos*: durante essa etapa, os alunos propõem maneiras de colocar em prática os conhecimentos adquiridos durante a pesquisa objetivando solucionar o problema. Assim, eles começam a desenvolver produtos e as apresentações iniciais avaliando-os nos grupos.

- *Segunda fase de pesquisa*: nessa fase os estudantes buscam informações adicionais para melhorar seus produtos e completar possíveis lacunas em sua apresentação. É hora de aprofundar mais os conhecimentos.

- *Desenvolvimento da apresentação final*: momento em que serão feitas as revisões finais da apresentação e dos produtos. É nessa fase também que o grupo se reúne e avalia internamente cada produto gerado.

- *Publicação do produto*: nessa última etapa, os produtos (vídeos, textos, animações, gráficos, tabelas, etc.) são apresentados e avaliados pela turma inteira. Nesse momento, tanto professor quanto alunos podem fazer perguntas e debater sobre as soluções encontradas pelo grupo e dar *feedback* sobre o trabalho desenvolvido.

Bender (2014) alerta que essas etapas foram descritas para orientar um projeto inicial de ABP. Nada impede, pois, que à medida que forem se aperfeiçoando, esse trabalho possa se expandir.

Especificamente quanto ao ensino dos conteúdos matemáticos, a Aprendizagem Baseada em Projetos pode se aliar a outra tendência da Educação Matemática que são as investigações matemáticas. Isso porque, geralmente, elas se baseiam na busca de soluções para um determinado problema. Na ABP, por sua vez, além do trabalho partir de um problema, seu desenvolvimento se fundamenta em investigações aprofundadas feitas pelos alunos.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) sugerem que a realização de uma investigação matemática deve contemplar quatro momentos básicos:

O primeiro abrange o reconhecimento da situação, sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, a demonstração e avaliação do trabalho realizado. Esses momentos surgem, muitas vezes, em simultâneo: a formulação das questões e a conjectura inicial, ou a conjectura e o seu teste, etc. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2009, p. 20).

Esses momentos da investigação matemática, podem plenamente se incorporar às etapas de desenvolvimento da Aprendizagem Baseada em Projetos descritas por Bender (2014) principalmente na fase de pesquisa inicial e na segunda fase de pesquisa, pois exigem um processo de investigação apurado em diversas fontes para dar subsídios para a resolução do problema proposto inicialmente.

Além dessa relação entre os momentos de investigação matemática e as etapas de desenvolvimento da ABP, ambas propostas, pressupõem a participação ativa do aluno na construção de seu conhecimento mobilizando suas aptidões afetivas e cognitivas para alcançar determinados objetivos. Outro ponto de convergência é o papel que o professor assume tanto na Aprendizagem Baseada em Projetos quanto na investigação matemática qual seja: instigar os alunos na realização de uma tarefa, mediar o processo, avaliar seu progresso e orientar e apoiar o trabalho deles.

Por todas as características apresentadas acerca da Aprendizagem Baseada em Projetos, é possível concluir que esta estratégia se mostra bastante viável para alunos que estejam no espectro autista. Dentre estas, destacam-se o desenvolvimento das habilidades de comunicação, a relação cooperativa entre os alunos, o atendimento às diferentes competências e estilos de aprendizagem dos estudantes e a aproximação com a realidade do educando.

Tal como citado anteriormente e enfatizado por Gaiato (2019), Grandin (2017) e Cunha (2016), o autista apresenta maior facilidade em aprender quando o conteúdo é contextualizado visualmente. Uma vez que na ABP a preparação para o trabalho é feita por meio de vídeos ou apresentações multimídias, por exemplo, o interesse e a atenção do aluno com o transtorno poderão ser aguçados para favorecer a aprendizagem.

Além do mais, a Aprendizagem Baseada em Projetos pressupõe o uso de tecnologias digitais durante a realização das etapas o que pode servir de estímulo para o educando com TEA no processo de aquisição do conhecimento.

Considerando as limitações próprias do Transtorno do Espectro Autista no que diz respeito às limitações na área da comunicação e interação social, a adoção da ABP como estratégia de trabalho poderá favorecer o aperfeiçoamento dessas áreas no aluno autista visto que a mesma propõe o trabalho cooperativo dos alunos e a apresentação pública dos resultados do trabalho. Apesar dessas áreas serem críticas para o autista, Cruz (2014) enfatiza que é preciso que essas limitações sejam trabalhadas. A ABP, nesse sentido, poderá auxiliar na compensação dessas dificuldades ao oferecer um caminho alternativo para a prática pedagógica.

Cunha (2016) e Gaiato (2019) destacam que a previsibilidade é muito valorizada pelo autista, ou seja, a rotina e o conhecimento dos momentos que serão vivenciados em sala de aula são importantes para ele. Nessa lógica, ao propor um trabalho com etapas bem definidas, a ABP será interessante para estudantes com TEA, pois estes terão uma visão de cada fase e saberão o que acontecerá em cada uma delas.

Em face do exposto, constata-se que a Aprendizagem Baseada em Projetos consiste em uma alternativa considerável para a diversificação da prática pedagógica. Bender (2014) observa que

O aumento drástico na motivação e no desempenho acadêmico dos alunos mostra que a ABP é uma abordagem de ensino excelente. Ela também proporciona muitas oportunidades para o ensino diferenciado, o qual aborda as necessidades de praticamente todos os alunos (BENDER, 2014, p. 69).

Assim como outras estratégias, é preciso ressaltar que a ABP pressupõe a mudança de postura do professor que deve assumir um papel de facilitador do processo de ensino-aprendizagem e um planejamento bem organizado de modo a garantir a eficiência dessa atividade possibilitando a aquisição de conhecimento por todos os alunos.

2. Observações quanto às alternativas apresentadas

Uma vez apresentadas as possibilidades metodológicas para o desenvolvimento da prática pedagógica no ensino de Matemática que contribuem para a inclusão dos alunos com Transtorno do Espectro Autista, torna-se necessário fazer algumas importantes considerações.

A primeira delas se relaciona com o rol de alternativas retratado anteriormente.

É preciso deixar claro que ele não representa a totalidade de estratégias que podem ser utilizadas pelos professores para o desenvolvimento da prática pedagógica. Existem muitas alternativas, no entanto, neste trabalho, foram priorizadas aquelas mais plausíveis de serem trabalhadas em sala de aula ou que estão mais em evidência no campo da Educação Matemática.

Importa ressaltar, portanto, que a lista aqui apresentada não esgota as possibilidades de trabalho do professor. Assim como explicitado nos PCN, existe um consenso em torno da ideia de que não há um caminho único ou considerado o melhor para o ensino da Matemática. É interessante, pois, que o educador busque conhecer as diversas alternativas disponíveis para verificar qual se adequa melhor à sua proposta, ao conteúdo a ser ensinado e aos objetivos a serem alcançados.

É notório o conhecimento que diante das defasagens na formação inicial torna-se mais difícil para o professor tentar melhorar sua prática pedagógica. Para que essa mudança de postura seja possível, é necessário que a formação continuada seja considerada e a capacitação se faça uma constante na carreira docente de modo a suprir as carências relacionadas à teoria e à metodologia fazendo com que o professor repense sua prática.

Há que se destacar algumas convergências entre as estratégias metodológicas descritas. Ambas apresentam como ponto em comum: a mudança de postura do professor; a disposição para tentar outras configurações de aula; a adoção de uma atitude proativa pelo aluno; a mobilização de recursos presentes na escola ou busca por alternativas caso não estejam disponíveis; a necessidade de contextualização do ensino; a valorização dos conhecimentos prévios dos alunos e a inter-relação entre os conteúdos matemáticos e outras áreas do conhecimento.

Além disso, apesar das especificidades de cada alternativa relatada, o desenvolvimento da atividade com base nelas tem pontos afins, quais sejam: o planejamento da ação, a fixação de objetivos claros, a definição de estratégias com a previsão das ações a serem desenvolvidas; a mediação do professor; a participação ativa do aluno e a avaliação.

O professor ao adotar tais estratégias de ensino, poderá fazê-lo de forma isolada ou integrando mais de uma alternativa como, por exemplo, Jogos com Resolução de Problemas, Modelagem Matemática com Tecnologias da Informação e Comunicação,

entre outras possibilidades. Vale ressaltar também que nem todo processo de ensino-aprendizagem precisa ser voltado para o trabalho com essas alternativas. Isso porque em momentos específicos a aula expositiva também se faz necessária.

Essas possibilidades metodológicas de trabalho demonstram que existem diversas maneiras de fazer com que as aulas sejam mais motivadoras, dinâmicas e desafiadoras de modo a tornar a aprendizagem mais significativa e eficaz, visando à superação de dificuldades e ao rompimento com as práticas comuns, predominantemente marcadas pela exposição de conteúdos e exercitação de modelos padronizados, que ainda prevalecem no ensino de Matemática.

Essa mudança no modo de conceber e praticar o ensino de Matemática se faz premente, principalmente quando se constata a necessidade de que a aquisição de habilidades e conhecimentos matemáticos esteja ao alcance de todos os alunos, inclusive daqueles que apresentam algum tipo de deficiência e estão incluídos nas classes comuns. Nessa perspectiva, é preciso considerar as diversas possibilidades de trabalho para garantir que todos os alunos tenham a oportunidade de aprender.

Especificamente quanto à inclusão dos educandos com Transtorno do Espectro Autista algumas considerações também são pertinentes.

Bem como endossam Brito e Sales (2017, p. 44), “não há receita mágica” para a educação de alunos autistas. No entanto, existem alternativas que podem facilitar e promover o desenvolvimento do trabalho e o crescimento de todos os envolvidos.

Nesse sentido, Benini e Castanha (2016) reforçam que todas as estratégias disponíveis para o trabalho do professor podem oportunizar a aprendizagem, favorecendo a superação de dificuldades seja na comunicação ou socialização dos alunos com TEA, além de estimular seu desenvolvimento ajudando na construção de conceitos e no seu aprendizado.

Importa ressaltar que, assim como os alunos neurotípicos diferem uns dos outros, no espectro autista há também uma grande variabilidade. Cunha (2016) enfatiza que dentro do espectro, há indivíduos com características extremamente distintas e em diferentes estágios de desenvolvimento. Desse modo, é de suma importância que o professor procure conhecer seu aluno e busque identificar suas potencialidades e conhecer, na medida do possível, seu histórico. O autor, nessa perspectiva, afirma que

No contexto do autismo, em termos práticos, podemos dizer que, primeiramente, o professor reconhece as habilidades do educando e as que devem ser adquiridas. É a constituição da aprendizagem no campo pedagógico. Em muitos casos, trata-se do início da comunicação, da interação entre professor e aluno. Ainda que seja apenas pelo olhar ou pelo toque, surgem as primeiras respostas ao trabalho escolar (CUNHA, 2016, p. 126).

Outro ponto relevante a ser considerado é a imprevisibilidade de alguns comportamentos do aluno autista, ou seja, ele poderá adotar reações inesperadas ou mesmo se recusar a participar em determinadas atividades. Nesses casos, Brites (2019) esclarece que é importante não haver imposições. Cunha (2016) defende que o educador não reforce essas reações negativas do estudante. Para tanto, essas atitudes devem ser redirecionadas de forma lúdica e pacífica de modo que sejam conhecidas as motivações para o desencadeamento da situação.

No mais, é necessário enfatizar que a participação da família do educando com TEA é essencial para que o trabalho em sala de aula seja favorecido. Gaiato (2019) e Brites (2019) nesse sentido, argumentam que a família deve trabalhar colaborativamente com o professor no sentido de fornecer maiores informações sobre o autista, como por exemplo seu histórico, as atividades que o deixam mais tranquilo e aquelas que podem gerar reações negativas e como o educador pode agir nesses casos.

REFERÊNCIAS

ALBERTO, A. P. L.; COSTA, L. S.; CARVALHO, T. M. M. de. A Utilização do Software Geogebra no Ensino de Matemática. In: OLIVEIRA, C. C. de; MARIM, V. (Org.). **Educação Matemática: Contextos e Práticas Docentes**. Campinas, SP: Alínea, 2010. p. 251-259.

ALMEIDA, L. M. W.; ARAUJO, J. L.; BISOGNIN, E. **Práticas de modelagem matemática na Educação Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina, PR: Eduei, 2015.

ALVES, E. M. S. **A ludicidade e o ensino de matemática**. Campinas, SP: Papirus, 2015.

ARAÚJO, J. de L. Uma perspectiva de modelagem segundo a Educação Matemática Crítica. In: OLIVEIRA, C. C. de; MARIM, V. **Educação Matemática: Contextos e Práticas Docentes**. Campinas, SP: Alínea, 2010. p. 101-108.

ARAÚJO, M. I. A. M. Uma abordagem sobre as tecnologias da informação e da comunicação na formação do professor. In: MERCADO, L; KULLOK, M. **Formação de**

professores: política e profissionalização, Maceió, AL, EDUFAL, 2004.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 7, n. 11, p. 67-86, jun. 1999. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646835/13736>. Acesso em: 01 jun. 2019.

BENDER, W. N.. **Aprendizagem Baseada em Projetos:** Educação diferenciada para o século XXI. Porto Alegre, RS: Penso, 2014.

BENINI, W.; CASTANHA, A. P. A inclusão do aluno com Transtorno do Espectro Autista na escola comum: desafios e possibilidades. In: **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**. Governo do Estado do Paraná, Secretaria da Educação, 2016. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_ped_unioeste_wivianebenini.pdf. Acesso em: 07 out. 2019.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N.. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo, SP: Contexto, 2018.

BORBA, R. E. S. R.; SELVA, A. C. V. O que as pesquisas têm evidenciado sobre o uso da calculadora na sala de aula dos anos iniciais de escolarização? **Educação Matemática em Revista**, S.I., v. 1, n. 10, p. 49-63, jun. 2009. Disponível em: http://www.sbemrs.org/revista/index.php/2011_1/article/view/21. Acesso em: 19 mar. 2019.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997b.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular:** Educação é a Base. Secretaria de Educação Básica. Brasília, DF: MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em 14 mar. 2019

BRITES, L. **Mentes únicas**. São Paulo, SP: Editora Gente, 2019.

BRITO, A.; SALES, N. B.. **TEA e inclusão escolar:** um sonho mais que possível. São Paulo, SP: Nbs Consultoria, 2017.

BURAK, D.; MARTINS, M. A.. Modelagem Matemática nos anos iniciais da Educação Básica: uma discussão necessária. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, PR, v. 8, n. 1, p.92-111, 24 abr. 2015. Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

CARCANHOLLO, F. P. de S.; OLIVEIRA, G. S.. Os jogos no ensino e na aprendizagem de Matemática: fundamentos teóricos e práticos numa perspectiva histórico-cultural. In: OLIVEIRA, G. S. (Org.). **Metodologia do Ensino de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental**. Uberlândia, MG: Fucamp, 2016. p. 57-104.

CARVALHO, O. M. F. de; NUNES, L. R. D'. de P. Possibilidades do uso de jogos digitais com criança autista: estudo de caso. In: CAMINHA, V. L. P. dos S. et al. **Autismo: vivências e caminhos**. São Paulo, SP: Blucher, 2016. p. 77-90.

CHIOTE, F. de A. B. **Inclusão da criança com autismo na educação infantil: trabalhando a mediação pedagógica**. Rio de Janeiro, RJ: Wak Editora, 2015.

COLL, C.; MONEREO, C. **Psicologia da Educação Virtual: Aprender e ensinar com Tecnologias da Informação e Comunicação**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2010.

COSTA, F. de A.. Ensino de Matemática por meio da Modelagem Matemática. **Revista Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, SP, v. 3, n. 1, p. 58-69, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emd/article/view/29005>. Acesso em: 15 mar. 2019.

CRUZ, T. **Autismo e inclusão: experiências no ensino regular**. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014.

CUNHA, E. **Autismo na escola: um jeito diferente de aprender, um jeito diferente de ensinar – ideias e práticas pedagógicas**. Rio de Janeiro, RJ: Wak Editora, 2016.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da teoria à prática**. Campinas, SP: Papirus, 2009.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. São Paulo, SP: Ática, 2010.

FREITAS, A. L. S. *et al* (Org.). **Capacitação Docente: um movimento que se faz compromisso**. Porto Alegre, RS: Edipucrs, 2010.

GAIATO, M. **S.O.S autismo: guia completo para entender o Transtorno do Espectro Autista**. São Paulo, SP: nVersos, 2019.

GALVÃO FILHO, T. A. A Tecnologia Assistiva: de que se trata? In: MACHADO, G. J. C.; SOBRAL, M. N. (Orgs.). **Conexões: educação, comunicação, inclusão e interculturalidade**. Porto Alegre, RS: Redes Editora, 2009, p. 207-235.

GIORDANO, C. V.; LANGHI, C.; CILLI, T. L. B. (Org.). **A Tecnologia da Informação e Comunicação nas Práticas Educacionais**. São Paulo, SP: Edição Independente, 2017.

GRANDIN, T. **O cérebro autista: pensando através do espectro**. Rio de Janeiro, RJ: Record, 2017.

GRANDO, R. C. **O jogo [e] suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. 1995. 175f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253786>. Acesso em: 01 jul. 2019

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 224 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 2000. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/251334?mode=full>. Acesso em: 01 jul. 2019.

GROENWALD, C. L. O.; SILVA, C. K.; MORA, C. D. Perspectivas em Educação Matemática. **Revista Acta Scientiae**, Canoas, RS, v. 6, n. 1, p.37-55, jun. 2004. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/viewFile/129/117>. Acesso em: 29 jun. 2019.

GUTIERRE, L. dos S. **História da Matemática**: atividades para a sala de aula. Natal, RN: Edufrn, 2011.

ITACARAMBI, R. R. (Org.). **O jogo como recurso pedagógico**: para trabalhar matemática na escola básica. São Paulo, SP: Livraria da Física, 2013.

KATO, L. A.; CARDOSO, V. C. Atividades de modelagem matemática mediadas por vídeo e oficina: uma discussão no contexto da educação. In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (Org.). **Ensinar e aprender Matemática**: possibilidades para a prática educativa. Ponta Grossa, MT: UEPG, 2016. p. 161-180. <https://doi.org/10.7476/9788577982158.0009>

KISHIMOTO, T. M. **O jogo e a educação infantil**. São Paulo, SP: Pioneira, 1998.

MARIM, V.; BARBOSA, A. C. I. Jogos Matemáticos. In: OLIVEIRA, C. C. de; MARIM, V. (Org.). **Educação Matemática**: Contextos e Práticas Docentes. Campinas, SP: Alínea, 2010. p. 225-240.

MARKHAM, T.; LARMER, J.; RAVITZ, J. **Aprendizagem Baseada em Projetos**: guia para professores de ensino fundamental e médio. Porto Alegre, RS: Artmed, 2008. Tradução Daniel Bueno.

MEDEIROS, K. M. S. **CADERNO PEDAGÓGICO** - Coordenação das Deficiências e Transtornos Globais do Desenvolvimento. Serviço de Orientação Pedagógica à Educação Especial - Divisão de Supervisão Escolar - DETEP - Cabo Frio - RJ, 2011. Disponível em: <https://especialdeadamantina.files.wordpress.com/2014/02/autismo-caderno-pedagc3b3gico.pdf>. Acesso em: 23 de out. 2019

MENDES, I. A. **O uso da história no ensino da matemática**: reflexões teóricas e experiências. Belém, PA: Eduepa, 2001.

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em Sala de Aula:** Tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo, SP: Livraria da Física, 2009.

MERCADO, L. P. L. **Novas tecnologias na educação:** reflexões sobre a prática. Maceió, AL: Edufal, 2002.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática:** propostas e desafios. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2011.

MILANI, E. A informática e a comunicação matemática. In SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre, RS: Artmed, 2001.

MORAN, J. M; MASETTO, M. T; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica.** Campinas, SP: Papirus, 2014.

MUNDIM, J. M. S.; OLIVEIRA, G. S.. A modelagem matemática como alternativa metodológica nos primeiros anos do Ensino Fundamental. In: OLIVEIRA, G. S. (Org.). **Metodologia do Ensino de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental.** Uberlândia, MG: Fucamp, 2016. p. 105-142.

OLIVEIRA, G. S. **Crenças de professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental sobre a prática pedagógica em Matemática.** 2009. 206 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2009.

ONUICHIC, L. de La R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 25, n. 41, p.73-98, dez. 2011. Disponível em:

<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/862>. Acesso em: 17 abr. 2019.

ORRÚ, S. E. **Autismo, linguagem e educação:** interação social no cotidiano escolar. Rio de Janeiro, RJ: Wak, 2012.

PICCOLI, L. A. P. **A construção de conceitos em matemática:** uma proposta usando tecnologia da informação. 2006. 108 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2006. Disponível em: <http://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/3513/1/383787.pdf>. Acesso em: 08 abr. 2019.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em 04 abr. 2019.

RIBEIRO, F. D. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática**. São Paulo, SP: Saraiva, 2008.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S. A História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem. In: OLIVEIRA, G. S. (Org.). **Metodologia do Ensino de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental**. Uberlândia, MG: Fucamp, 2016. p. 213-258.

SCHIMIDT, G.M.; PRETTO, V.; LEIVAS, J.C.P. História da Matemática como recurso didático-pedagógico para conceitos geométricos. **Revista Caderno Pedagógico**, Lajeado, RS, v. 13, n. 1, p. 41-57, 2016. Disponível em: <http://www.univates.br/revistas/index.php/cadped/article/view/986>. Acesso em: 25 mar. 2019.

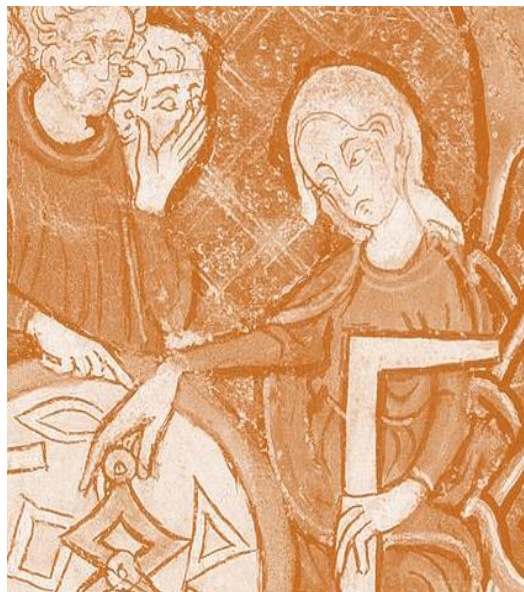
SILVA, C. M. S.; S. FILHO, M. G. **Matemática: resolução de problemas**. Brasília, DF: Liber Livro, 2011.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2007.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. T. **Resolução de Problemas**. Porto Alegre, RS: Penso, 2014.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. de La R. O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e os Processos Cognitivos Superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, S.i., v. 3, n. 11, p. 79-97, set. 2007. Disponível em: <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2007/11/>. Acesso em: 17 abr. 2019.

CAPITULO III



MODELAGEM: POSSIBILIDADE DE ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA

*Margareth Rosa Gomes Arantes
Guilherme Saramago de Oliveira
Silvana Malusá*

[...] as experiências que levam à construção de modelos matemáticos adequados para se pensar sobre situações são fundamentais para a construção do conhecimento matemático. (NUNES, CARRAHER E SCHLIEMANN, 2011, p. 20).

1. Breve Histórico da Modelagem Matemática

De acordo com Biembengut e Hein (2014), a Modelagem Matemática desponta durante o Renascimento, quando se constroem as primeiras ideias de física em uma linguagem matemática.

Biembengut e Hein (2014) destacam:

[...] duas grandes contribuições para a humanidade: uma em relação à música, harmonia para nossa alma, e outra sobre o coração, motor de nosso corpo.

- Dentre as grandes obras deixadas por Pitágoras (530 a.c) destacamos a que se refere à música. Pitágoras, considerado o pai da música, descobriu que os sons têm durações diferentes. [...] Após verificar que a oitava tinha proporção de dois para um usou frações simples para medir as distâncias das cordas adicionais. [...]

- Willian Harvey (1578-1657), um dos grandes cientistas e pensadores da renascença, observou que as válvulas do coração impedem que o sangue caminhe em outro sentido que não seja para o coração. [...] Por exemplo, que o coração bate 72 vezes por minuto, de modo que por hora faz arrojar dentro do sistema o triplice peso do corpo humano. Como o alimento é incapaz de ministrar tamanha quantidade de líquido sanguíneo, concluiu que o sangue percorre a mesma rota a vida inteira do indivíduo [...] (BIEMBENGUT; HEIN, 2014, p. 15-16).

A expressão Modelagem Matemática, segundo Biembengut (2009), é encontrada no início do século XX na literatura de Engenharia e Ciências Econômicas, como processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação problema. Os primeiros relatos, segundo a autora, são de trabalhos nos Estados Unidos em 1958, em sequência, na Suíça em 1968, Holanda e Dinamarca em 1978 e no Brasil em torno dos anos 60. Pessoas como: Aristides Barreto, Ubiratan D' Ambrosio, Rodney Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, no final dos anos 70 e começo dos anos 80, impulsionaram os trabalhos sobre Modelagem Matemática.

De acordo com Biembengut (2009), Aristides Camargo Barreto foi o primeiro, segundo os registros, a aplicar a modelagem na educação brasileira, representar o Brasil em congressos internacionais sobre o tema e divulgar seus trabalhos em cursos de pós-graduação, artigos em revistas e anais de congressos. Em sua disciplina, no curso que ministrava, sua proposta implicava em apresentar uma situação problema motivando os alunos a aprender a teoria matemática; ensinar a teoria, então retornar à situação problema para matematizá-la (modelar) e respondê-la.

Para Biembengut (2009), Rodney Carlos Bassanezi da Universidade de Campinas é um dos responsáveis pela criação dos primeiros cursos de pós-graduação que surgiram na década de 1980. Logo a partir daí, a Modelagem Matemática como estratégia de ensino aprendizagem, pode ser conhecida e trabalhada por vários alunos, aumentando, assim, as suas proporções.

Biembengut (2009) comenta:

Em 1982, é organizado um curso de pós-graduação na Universidade Estadual de Guarapuava- PR, para o qual são convidados professores do IMECC-UNICAMP e Bassanezi como coordenador. Bassanezi propõe uma alteração no programa do Curso: *fazer uma visita às empresas da cidade e, a partir do primeiro contato com as questões da realidade, levantar problemas de interesse para serem investigados*. Assim, promoveu-se o primeiro Curso de pós-graduação em modelagem que impulsionou a realização de muitos outros, sob a coordenação de

Bassanezi, nas mais diversas instituições de Educação Superior. Atualmente, ele contabiliza dezenas e dezenas destes cursos de pós-graduação e de formação continuada e palestras, em várias cidades de todas as regiões brasileiras, promovidos por Instituições de Ensino ou Secretarias Estaduais e Municipais de Educação (BIEMBENGUT, 2009, p. 11 – Grifos do autor).

Nos trabalhos desenvolvidos, nestes anos, sobre a Modelagem na Educação Matemática, observa Caldeira, Silveira e Magnus (2011), todos têm em comum o objetivo de compreender situações da realidade fazendo uso de pressupostos teóricos e metodológicos da Matemática.

Silveira (2007) relata que:

Em 1976, Wilmer defendia uma dissertação intitulada “Modelos na Aprendizagem Matemática”, sob a orientação de Aristides Barreto, na PUC-RJ. Porém, segundo Fiorentini (1996), a transição entre o uso da expressão “modelo matemático” e “modelagem matemática” em relatórios finais de cursos de mestrado e doutorado com viés educacional ocorreu em 1986, no trabalho de Maria Cândida Muller, que defendeu o trabalho “Modelos Matemáticos no ensino de Matemática”, sob a orientação de Lafayette de Moraes, na UNICAMP. Essas informações demonstram quão jovem é essa tendência em Educação Matemática (SILVEIRA, 2007, p. 21).

A Matemática, de acordo com os pesquisadores matemáticos, tem três colunas: a Matemática Pura, a Matemática Aplicada e a Educação Matemática. Para Barbosa (2001) a Matemática Pura e a Matemática Aplicada têm ferramentas matemáticas para resolver problemas e estudá-los considerando se é viável ou não, os sujeitos que trabalham desta maneira são matemáticos. A Matemática na Educação Matemática, além de resolver problemas e estudá-los, tem a presença de alunos em sala de aula. Os estudantes, na Matemática, apoiados pelos professores querem conhecer, analisar, resolver e criticar situações de sua vivência.

Até hoje alguns trabalhos de Modelagem Matemática estão atrelados à Matemática Aplicada e contribuem de forma significativa para definir os passos a serem seguidos na Modelagem Matemática, porém na Educação Matemática, as propostas que envolvem a Modelagem abrem caminhos para debates, pareceres críticos e tomada de decisões sobre uma determinada situação social de forma democrática e consciente. Verifica-se, portanto, que a Modelagem Matemática no ensino e aprendizagem contribui para formar sujeitos críticos, autônomos e que conseguem definir com clareza o papel da matemática na sua vida cotidiana.

2. Modelagem Matemática: Conceitos e Finalidades

Biembengut e Hein (2014, p.11) definem, “[...] a modelagem, arte de modelar, como processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento”, demonstrando que na vida cotidiana existem muitos fatos que dependem da matemática elementar e outros que necessitam de um olhar mais detalhado no encontro das variáveis. Este processo de obtenção da tradução do fenômeno em símbolos e relações matemáticas é denominado Modelagem Matemática.

Biembengut e Hein (2014) comentam:

Uma modista é solicitada para fazer uma roupa a uma cliente com estatura mediana, idade superior aos quarenta anos e peso um pouco acima dos padrões. [...] Nesse caso, a modista precisará pensar no tipo e na cor do tecido e no modelo de tal forma “criando a ilusão” em sua cliente e nos outros dessa imagem desejada. A modista, além de conhecimento geométrico e medidas, tecidos e adereços, precisará ter uma boa dose de criatividade, intuição para fazer ressaltar os atrativos de sua cliente (BIEMBENGUT; HEIN, 2014, p. 17).

De acordo com Biembengut e Hein (2014, p. 13), “A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”.

A finalidade principal da Modelagem Matemática, descrita por Biembengut e Hein (2014), é aprimorar o senso de criação e modelação, tanto do professor como do aluno, desenvolvendo a capacidade de leitura e interpretação de problemas reais dominando a Matemática, que é uma situação necessária atualmente e também para o futuro das nossas gerações.

Segundo Biembengut e Hein (2014),

Muito se falou e se fala de um futuro que está por chegar. Pois bem, chegamos ao novo milênio, no qual aponta-se para novos desafios e estes, para novas formas de encarar a realidade social. A educação também vem recebendo seus desafios – talvez os mais difíceis –; entre eles o de antever e propor à sociedade um “novo” cidadão, que comandará a economia, a produção, o lazer e outras atividades que ainda surgirão nas próximas décadas (BIEMBENGUT; HEIN, 2014, p. 9).

A busca por realizar uma reflexão, a tentativa de explicar, entender e agir sobre

esta realidade, são processos que contribuirão para crescimento individual do aluno.

Para Bassanezi (2011, p. 16), “A *modelagem matemática* consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Logo, seu usuário se sentirá estimulado a compreender, conseguir formas de resolver e transformar o mundo real.

Na educação, Bassanezi (2011) menciona:

[...] a aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações. E mais, com este material, o estudante vislumbra alternativas no direcionamento de suas aptidões ou formação acadêmica (BASSANEZI, 2011, p. 16).

Sendo assim, as habilidades que serão adquiridas: observação, relações entre as variáveis do problema, uso da linguagem matemática, argumentação e validação das situações, vêm de encontro aos objetivos da Educação. Corrobora com as metas para a formação de um aluno envolvido em assumir seu papel de cidadão.

Segundo Bassanezi (2011) a Modelagem é utilizada onde existe um problema para resolver e são exigidas criatividade, ação e a ferramenta da matemática, ficando evidenciado que no ambiente da academia é fundamental que seja apontada. A “aula predominante” é muito forte dentro do ensino e aprendizagem e está distanciando do mundo real o ensino da Matemática, logo, para obter uma maneira de interagir estes dois conjuntos utiliza-se a Modelagem Matemática.

Para Burak (1992) a Modelagem Matemática como prática educativa tem dois princípios: o primeiro está ligado ao interesse dos estudantes participantes da aula e o segundo são as bagagens e referências do ambiente onde se localiza o interesse dos estudantes. Nestes princípios a Modelagem Matemática colabora como sustentação de procedimentos metodológicos desenvolvendo o ponto de partida das atividades humanas, o interesse pelo assunto a ser investigado; a ideia de compartilhamento entre os membros do grupo, onde o professor não é o detentor do conhecimento; a importância da formação do estudante, entusiasmo, discussão e crítica de dados que fazem parte do grupo e, por fim, a harmonia que a etnografia faz com a modelagem matemática provoca várias junções entre pessoas diferentes, grupos diferentes e diversos campos cognitivos da matemática e outras disciplinas.

Nesta perspectiva, Burak e Aragão (2012) entendem que:

A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 88).

Desenvolve no estudante a autonomia, a independência, fazendo-o passar a ser um investigador, que procura buscar e não seguir, interrogar, refletir e discutir a sua forma de vida e, assim, construir a sua maneira de agir.

Os autores Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) consideram, diante do cenário histórico descrito por eles, que a Modelagem, no contexto da Educação Matemática, pode ser entendida como um caminho para a aprendizagem da Matemática em sala de aula, onde é abordada a realidade do aluno ou do mundo, aparecem perguntas, discussões e investigações, transformando as ações de sala de aula e abrindo outras formas de ver o mundo.

Caldeira (2009), que considera a Modelagem Matemática como uma concepção, no sentido de conceber ou criar uma nova forma de educar matematicamente e em termos educacionais, comenta:

[...] não tratá-la apenas como um método de ensino e aprendizagem, no sentido de atribuir significado ao currículo oficial, ligada ao *como*, ao invés disso discutirei a Modelagem Matemática como uma *concepção de educação matemática* que seja possível incorporá-la nas práticas dos professores e professoras, além do aspecto metodológico, também possíveis proposições matemáticas produzidas por meio dos vínculos sociais. Pensar a Modelagem Matemática como um dos possíveis caminhos de uma nova forma de estabelecer, nos espaços escolares, a inserção da maneira de pensar as relações dos conhecimentos matemáticos e a sociedade mais participativa e democrática (CALDEIRA, 2009, p. 33 – Grifos do autor).

Nesta visão de Caldeira (2009) a Modelagem Matemática deve gerar um programa no seu desenvolvimento de forma flexível e em espiral, e não rígido e linear.

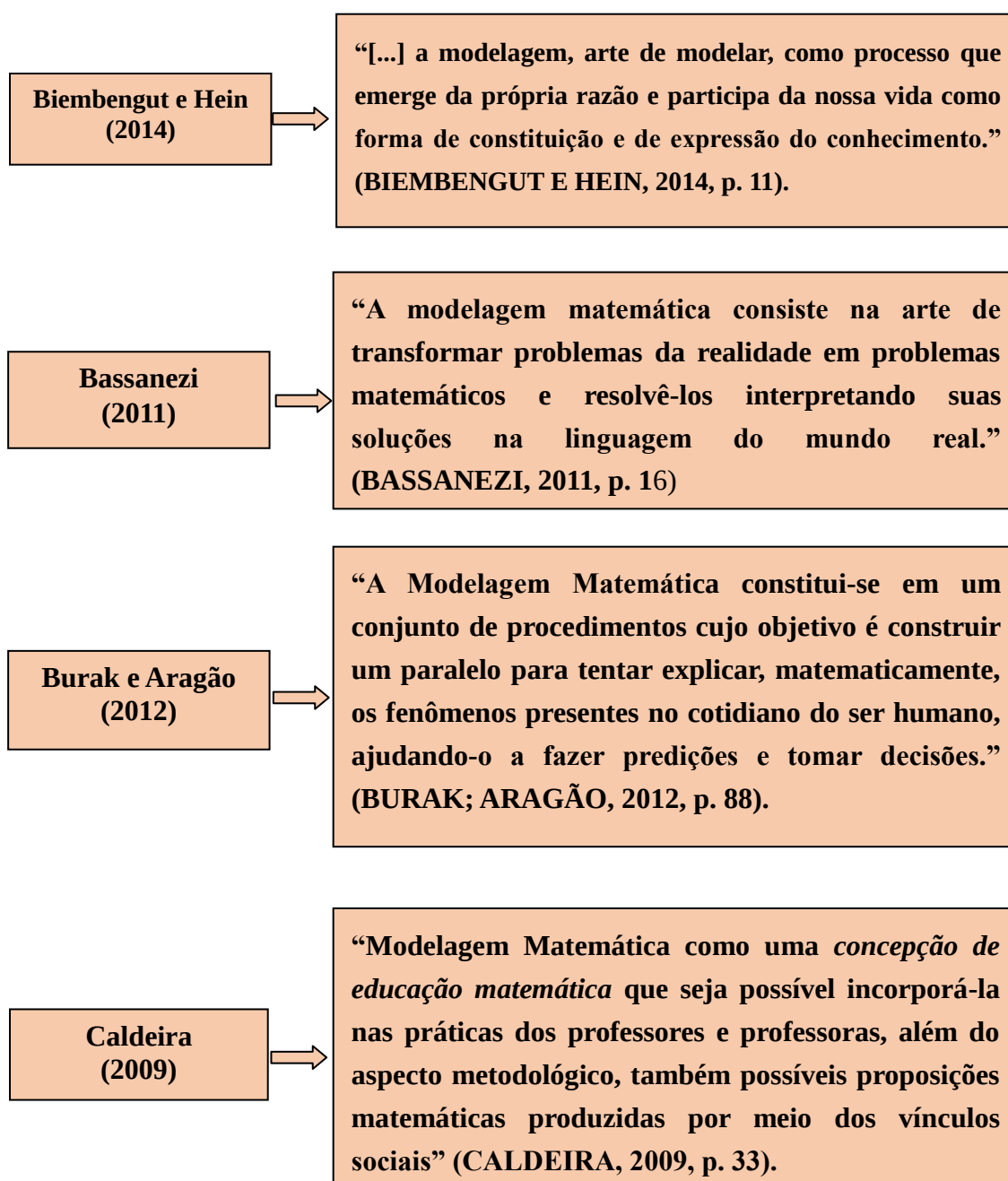
Caldeira (2009) menciona ainda que a Modelagem Matemática poderá ser:

[...] um forte instrumento, constituindo-se não como um método de ensino-aprendizagem, mas como um novo conceito de educação matemática que poderá levar estudantes e professores a perceberem que tais conhecimentos não são verdades absolutas, nem verdades relativas que podem estar a serviço de *uma* determinada maneira de vê-la, podendo existir *outras* e a aprendizagem ocorrerá quando o estudante conseguir *comparar* tais maneiras. (CALDEIRA, 2009, p. 51 – Grifos do autor).

O estudante e o professor, segundo Caldeira (2009), podem construir com novos conhecimentos, e a aprendizagem acontecerá no momento em que eles perceberem que podem ter outras visões além daquelas que já estão prontas.

A figura 01 a seguir demonstra uma síntese dos conceitos mencionados pelos autores sobre Modelagem Matemática:

Figura 01: Conceitos de Modelagem Matemática



Fonte: Autoria própria.

Todos os autores estudados consideram que Modelagem Matemática faz uma conexão da disciplina de Matemática com a vida social, com o mundo real.

3. Modelos na Modelagem Matemática

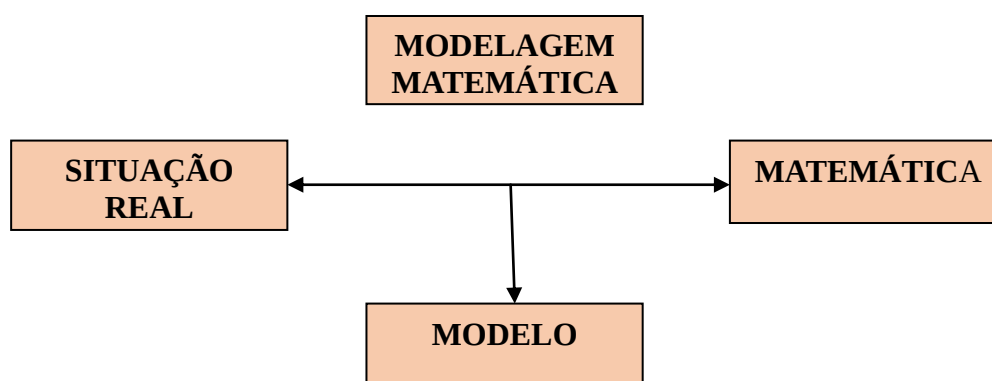
Para Biembengut e Hein (2014), um problema que necessita de uma melhor análise quantitativa, se apropria de símbolos e ligações matemáticas utilizando de expressões numéricas, equações, diagramas, tabelas, gráficos, programas computacionais e outros, que traduzem um fenômeno de uma situação real, chama-se “Modelo Matemático”.

Segundo os autores supracitados,

Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para elaborar um modelo, além do conhecimento de matemática, o modelador precisa de uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p. 12).

A figura 02 demonstra a interação entre uma situação real e matemática representada pelo modelo matemático e a modelagem é o processo para que haja esta interação.

Figura 02: Esquema do processo da modelagem



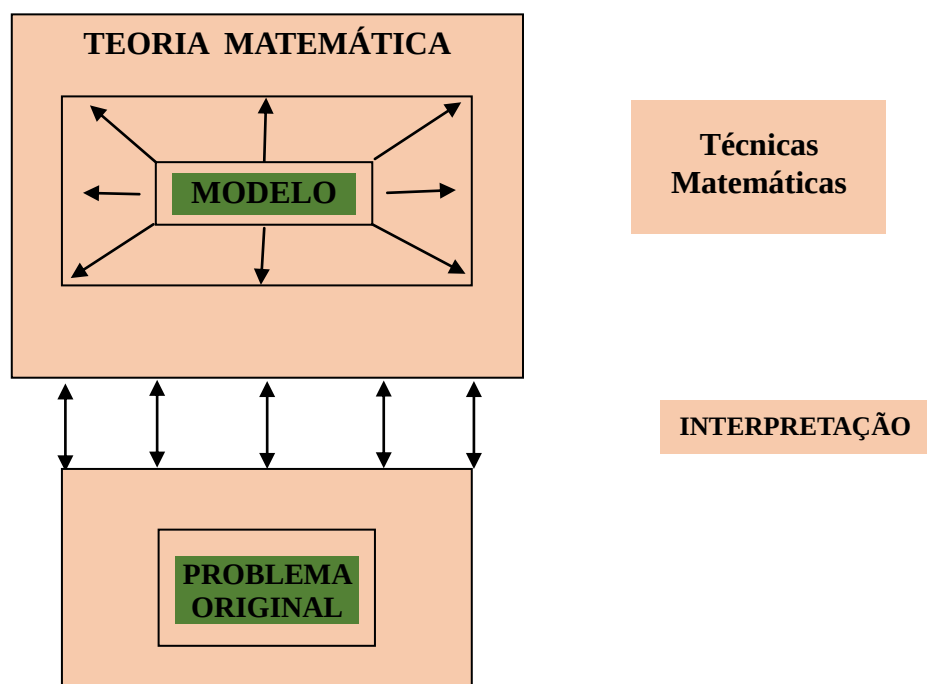
Fonte: Biembengut e Hein (2014, p. 13).

Para Bassanezi (2011), na Modelagem Matemática, em alguns casos, a introdução exagerada de símbolos matemáticos pode ser mais destrutiva do que esclarecedora, e o uso adequado da modelagem é quando, de fato, há a contribuição para

o desenvolvimento e compreensão do fenômeno estudado.

O diagrama da figura 03 demonstra a obtenção do modelo matemático segundo Bassanezi (2011), que é para o autor, como a existência de um dicionário que interpreta, com clareza, os símbolos e as operações de uma teoria matemática em termos da linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa.

Figura 03: Diagrama do processo de modelagem



Fonte: Bassanezi (2011, p. 25).

Bassanezi (2011), para elucidar, comenta que o ideal, em primeiro lugar, é que a teoria matemática utilizada na construção do modelo já tenha sido estudada e bem analisada, pois para todo matemático o objetivo do uso da Modelagem é resolver o problema de forma simples e não complicá-lo. Em segundo lugar, é que as técnicas e métodos matemáticos existentes sejam suficientes para obtenção dos resultados, neste caso exigirá do matemático muita criatividade para desenvolver os métodos necessários.

O autor ainda esclarece a importância da “interpretação” que liga a teoria matemática ao problema inicial, que as técnicas devem ser esclarecidas na linguagem do fenômeno original e caso o argumento não seja claro pode ser substituído por outro. A validação acontece quando se dá avaliação da intermediação entre o problema

original e o modelo matemático.

Para Burak e Klüber (2010), o trabalho com os modelos matemáticos, na perspectiva de Modelagem, não constitui prioridade no ensino na educação básica. A maioria dos conteúdos trabalhados, nesse nível de escolaridade, vale-se de modelos já prontos: funções, equações lineares ou quadráticas, fórmulas das áreas das superfícies das figuras planas, áreas das superfícies laterais e totais e volumes de figuras espaciais. O modelo pode ser entendido como uma representação, desse modo, vai além de modelos que utilizam a matemática e é citado: lista de supermercado, a planta baixa de uma casa, entre outros.

Segundo Burak e Klüber (2010, p. 97), “Os modelos são construídos quando deseja-se expressar uma situação que enseja novos elementos ou alguma situação para a qual não se tem ou não se conhece uma expressão matemática”.

Modelos representam imagens criadas pela mente dos seres humanos que serão futuras demonstrações de beleza, solução e crítica a problemas da vida real.

4. Etapas da Modelagem

A criação destes modelos para Biembengut e Hein (2000) significa envolver a matemática como ferramenta e a situação dita real. Desenvolve aqui três etapas fundamentais subdivida em seis subetapas, conforme quadro 1 abaixo:

Quadro 1: Etapas e subetapas de procedimentos para a Modelagem Matemática segundo Biembengut e Hein

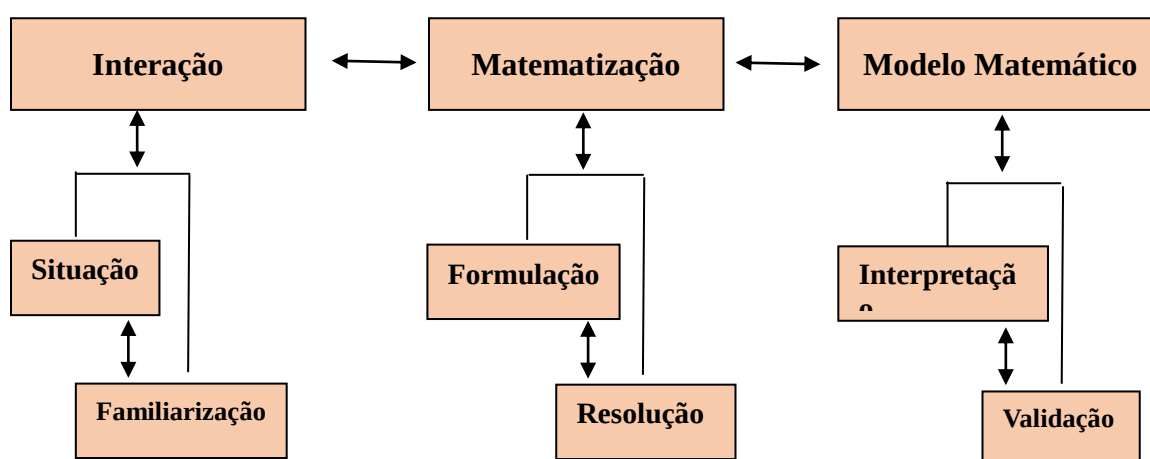
Etapas	Descrição
Interação	• Reconhecimento da situação problema. • Familiarização com o assunto a ser modelado→referencial teórico.
Matematização	• Formulação do problema →hipótese. • Resolução do problema em termos do modelo.
Modelo Matemático	• Interpretação da solução. • Validação do modelo→avaliação.

Fonte: Autoria própria, a partir de Biembengut e Hein (2000)

Na etapa de Interação, depois de escolher o tema, ocorre a descoberta, o diálogo, a pesquisa indireta (livros e revistas especializadas) ou direta (experiência de campo com especialistas da área). As subetapas não necessariamente precisam ser cumpridas nesta ordem. A Matematização é a etapa mais provocadora, pois desafia o lado intuitivo, criativo e a experiência dos agentes envolvidos no processo. Após ser formulado o problema, criado as equações algébricas e as representações do problema, é a resolução que pode ser realizada através mesmo do computador. A última etapa, o Modelo Matemático, é uma confirmação de que o processo todo está aprovado, interpreta os dados e valida a solução do problema.

A figura 06 demonstra a descrição da dinâmica da Modelagem Matemática, segundo Biembengut e Hein (2014):

Figura 04: Dinâmica da Modelagem Matemática



Fonte: Biembengut e Hein (2014, p.15).

É necessário comentar que se o modelo não estiver de acordo com suas propostas iniciais deve-se voltar à segunda etapa e regular as hipóteses, as variáveis, etc.

Biembengut e Hein (2014) definem Modelação como uma das alterações de Modelagem Matemática para o ensino, observando o grau de escolaridade dos alunos, o tempo disponível para trabalho extraclasses, o programa a ser cumprido, o nível de conhecimento do professor sobre modelagem e seu apoio para implantar as mudanças.

Os autores esclarecem ainda que a Modelação Matemática norteia-se:

[...] por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-matemático. Pode valer como método de ensino-aprendizagem de Matemática em qualquer nível escolar, das séries iniciais a um curso de pós-graduação. Não há restrição! (BIEMBENGUT; HEIN, 2014, p. 18).

Para implementar a modelação matemática sugerem cinco passos, de acordo com a quadro 2:

Quadro 2: Passos para a prática da Modelação Matemática

Passos		Descrição
Diagnóstico		Levantamento sobre os alunos (realidade socioeconômica, grau de conhecimento matemático, horário da disciplina, número de alunos e disponibilidade dos alunos para o trabalho extraclasse).
Escolha do Tema		O professor pode escolher o tema ou propor que os alunos o escolham.
Desenvolvimento do Conteúdo Programático	a) Interação	- Exposição sobre o tema. - Levantamento da questão.
	b) Matematização	- Seleciona e formula-se uma das questões. - Suscitar um conteúdo matemático. - Propor exemplos análogos. - Resolver os exercícios convencionais. - A resolução da questão norteadora.
	c) Modelo	- A questão formulada, que permite a resolução da questão e de outras similares. - Validação - Avaliar o modelo matemático (validade e à importância)
Orientação de Modelagem		Define algumas maneiras de conduzir em sala de aula a Modelagem.
Avaliação do Processo		- Aspecto subjetivo - o empenho do aluno. - Aspecto objetivo - a produção do conhecimento matemática, produção de um trabalho de modelagem em grupo e extensão e aplicação do conhecimento.

Fonte: Autoria própria, a partir de Biembengut e Hein (2014)

A Modelação Matemática é a Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem favorecendo as pesquisas e a criação de modelos pelos alunos, e respeitando paralelamente as regras educacionais vigentes.

Para Bassanezi (2011), a Modelagem Matemática é uma maneira de ter uma solução ou uma compreensão de uma situação real, e cita o seguinte procedimento que pode ser usado na maioria das situações analisadas, quadro 3:

Quadro 3 - Procedimentos para a Modelagem Matemática Bassanezi

Etapas	Descrição
Experimentação	• É uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados.
Abstração	• É o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos Matemáticos.
Resolução	• É obtido o modelo matemático que substitui a linguagem natural das hipóteses que é resolvido e pode ser totalmente desvinculado da situação real.
Validação	• É o processo de aceitação ou não do modelo proposto.
Modificação	• Aprovação ou rejeição do modelo matemático.

Fonte: Autoria própria, a partir de Bassanezi (2011)

A Experimentação, para o autor, é o momento onde se processa a coleta de dados. Os modos de coleta são de acordo com o tipo e os objetivos da pesquisa. O foco de interesse dos pesquisadores dita as variáveis envolvidas no fenômeno ser estudado.

Na etapa de Abstração existe a seleção das variáveis, problematização ou formulação dos problemas teóricos, de forma clara, numa linguagem própria da área em que se está trabalhando, formulação de hipóteses e a simplificação do problema.

A terceira etapa, Resolução do Problema, pode ser completamente desvinculada da situação inicial. Pode ser de grande complexidade, havendo a necessidade do uso de computadores.

A Validação é o processo de aceitação ou não, observação dos confrontos existentes entre os dados e entre os dados e a realidade. Sugere a realização da comparação com gráficos, pois facilita a avaliação.

Em alguns processos, quando são utilizadas as simplificações e o alvo a ser alcançado não está claro, pode-se ter a rejeição, daí temos a última etapa, a Modificação, na qual o modelo é reconfigurado.

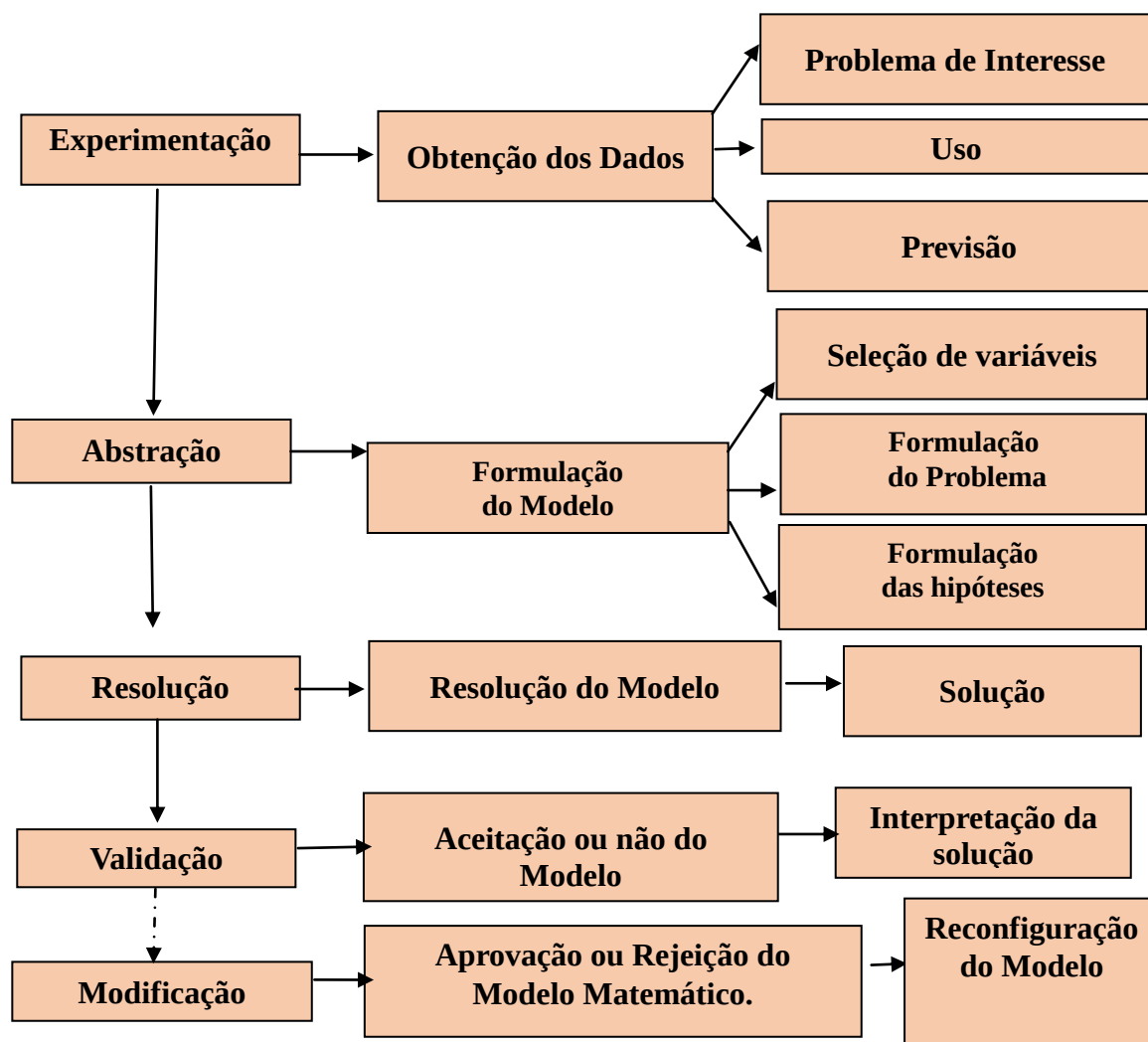
Em Bassanezi (2011) a Modelagem Matemática permite:

[...] fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. Salientamos mais uma vez que a aplicabilidade de um

modelo depende substancialmente do contexto em que ele é desenvolvido - um modelo pode ser “bom” para o biólogo e não para o matemático e vice-versa. Um modelo parcial pode atender às necessidades imediatas de um pesquisador mesmo que não comporte todas as variáveis que influenciam na dinâmica do fenômeno estudado (BASSANEZI, 2011, p. 31).

O autor menciona que a Modelagem Matemática no ensino é apenas uma estratégia de ensino, onde seguir as etapas é mais importante do que chegar ao resultado final com uma resposta certa. Este contexto educacional, que recebe o nome de Modelação Matemática (modelagem na educação), cita que o tema escolhido serve de motivação e aprendizado das técnicas e conteúdo da matemática. A figura 07 abaixo é uma maneira de visualizar de forma mais clara as etapas:

Figura 07 - Divisão de atividades intelectuais segundo Bassanezi



Fonte: Autoria própria, a partir de Bassanezi (2011).

Burak e Aragão (2012), apresentam as etapas da Modelagem de acordo com o quadro 04:

Quadro 04 - Etapas da Modelagem segundo Burak e Aragão

Etapas	Descrição
A escolha do tema	• Através dos problemas apresentados em sala pelos grupos de alunos, inicia-se a modelagem matemática. • O tema escolhido tem por base o interesse, a curiosidade ou também a solução de uma situação-problema. • O professor tem o papel de encaminhar esta etapa.
A pesquisa exploratória	• Procura investigar os detalhes específicos de cada problema.
Levantamento de problemas	• Organiza e formula os problemas com os dados pesquisados.
Resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema	• Os conteúdos matemáticos se tornam fundamentais e significativos
Análise crítica da solução de problemas	• Analisar, discutir e tomar decisões é importante no espaço educativo.

Fonte: Autoria própria, a partir de BuraK e Aragão (2012)

Estas etapas não são rígidas podem sofrer alterações, mas são a forma natural de conduzir a Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica.

Para Burak e Aragão (2012) duas premissas fazem papéis importantes na Modelagem Matemática, a primeira, que está presente no campo da Psicologia, é o interesse do grupo envolvido, já que nossas ações são motivadas pelo interesse, a segunda está na localização dos dados coletados, já que estes fazem parte do contexto cultural do aluno.

Na etapa “A escolha do tema” é mencionada pelos autores Burak e Aragão (2012) a dificuldade que os professores podem encontrar na execução deste ponto, e uma delas é quando aparentemente o tema escolhido e de interesse dos alunos não tem nenhuma relação com a Matemática desenvolvida até aquela série, outra, é o

cumprimento do conteúdo curricular previsto para aquele ano. Justificam estas visões que contrapõem uma metodologia mais aberta na educação, sugerindo que os professores saiam da condição de “seguidores” para se tornarem “buscadores”, esta postura é uma exigência do século atual.

A “pesquisa exploratória” é uma etapa muito rica para o estudante, pois neste momento o mesmo passa a conhecer o objeto de estudo ou situação-problema de forma mais ampla e detalhada, estuda a melhor maneira de coletar os dados e como formular as questões que envolvem o trabalho. Este conhecimento contribui na formação de um cidadão observador, atento, investigativo, sensível e crítico.

A quarta etapa é o momento em o estudante inicia a promoção da intuição e lógica, formulação dos problemas e inicia-se a ação da matemática. Nesta etapa é desenvolvida a capacidade do aluno de articular os dados com liberdade de formular suposições, analisar as situações e propor soluções.

Construir no estudante a capacidade de levantar e propor problemas advindos dos dados coletados mediada pelo professor é, sem dúvida, um privilégio educativo. Constitui-se nos primeiros passos para desenvolver no estudante a capacidade cidadã de traduzir e transformar situações do cotidiano em situações matemáticas, para quantificar uma situação e, nas ciências sociais e humanas, buscar as soluções que muitas vezes não são matemáticas, mas de atitudes e comportamento (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 95).

Então, observa-se a ação cognitiva, que é demonstrada no desenvolvimento da autonomia do estudante e, caso aconteça algum desacerto na decisão, é mais educativo justificar do que não saber responder, por terem feito cópias.

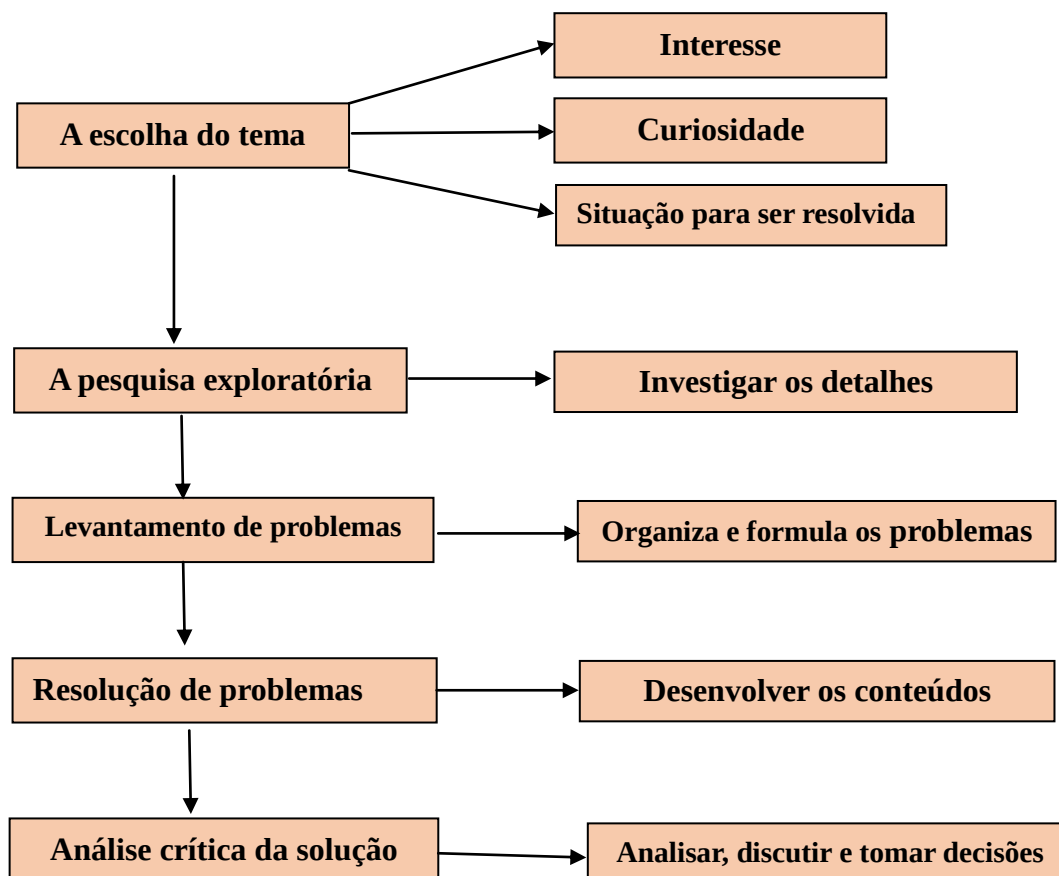
Na fase de “resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema” atribui-se a importância e significados das ferramentas matemáticas. Nesta fase o estudante é estimulado a compreender que a Matemática, com suas leis e métodos, não muda, o que muda fundamentalmente é a visão do professor, objetivando nas outras áreas do conhecimento, a compreensão que se mostra nos cálculos matemáticos. O estudante nesta fase desenvolve suas ações solidárias, de atitudes e agilidades, podendo contestar com argumentos sólidos.

A “análise crítica” da solução de problemas discute a solução encontrada e especialmente analisa se há coerência e consistência lógica nos resultados. Considera também os aspectos fora da matemática que são formadores de valores, opiniões e

relações entre os seres humanos, encontrados nas Ciências Humanas e Sociais.

A figura 08 mostra de forma perceptível as etapas da Modelagem Matemática, segundo Burak e Aragão (2012):

Figura 08 - Etapas da Modelagem Matemática, segundo Burak e Aragão (2012)



Fonte: Autoria própria, a partir de Burak e Aragão (2012)

Para Pereira (2010, p.184) na Modelagem Matemática é necessário criar um ambiente onde os estudantes participem ativamente de todo processo. E concorda com as etapas sugeridas por Burak: “[...] uma vez que a proposta de Burak pode, realmente, favorecer procedimentos e ações de maneira tal que exista diálogo entre estudantes e professores, em que ambos falam e ouvem, manifestando respeito mútuo e apoio às ideias apresentadas”.

Os autores Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) salientam que a Modelagem Matemática é conduzida de acordo com e a característica de cada sala. Burak e Klüber (2008, p. 31), em relação às etapas da Modelagem Matemática para o professor

Caldeira, salientam que: “Não sugere etapas – como a modelagem é considerada um sistema, ela pode assumir diferentes encaminhamentos de acordo com as necessidades para o desenvolvimento do trabalho. A posição do autor também parece desenvolver-se em uma perspectiva antropológica”.

O maior desafio hoje para o professor é ultrapassar os limites da metodologia predominante e enfrentar o novo, mudar a sua pedagógica em sala de aula, atualizar suas aulas ministradas e ir de encontro com as necessidades da vida. Atuar de modo mais criativo, sensível, dinâmico e participativo e transformar o cotidiano da vida de seus estudantes.

Bassanezi (2015) afirma:

[...] No ensino tradicional, o objeto de estudo se apresenta quase sempre delineado, obedecendo a uma sequência predeterminada, com um objeto final muito claro que, muitas vezes, nada mais é que “cumprir o programa da disciplina”! Ora, ensinar a pensar a matemática é muito mais do que isso. Portanto, é imprescindível mudar métodos e buscar processos alternativos para transmissão e aquisição de conhecimentos (BASSANEZI, 2015, p.11).

A Modelagem Matemática como ensino e aprendizagem é uma maneira de renovar e enriquecer pedagogicamente as aulas ministradas e criar ambientes favoráveis para a aprendizagem. Essa nova metodologia capacitará de forma inovadora os estudantes atualizando-os e proporcionando singulares momentos de aprendizagem.

5. Interações com o trabalho docente

Priorizando a aprendizagem nas aulas ministradas de Matemática no Ensino Superior sejam propostas aos estudantes, além de definições e exercícios, uma participação social e uma consciência política e ambiental. O modelo predominante de ensinar somente realiza uma cópia de saberes científicos já produzidos anteriormente, nos quais os alunos apenas aglomeram informações que muitas vezes não contribuem para as necessidades da sociedade atual.

Para Bassanezi (2011), ministrar a Matemática de modo não significativo mostrando técnicas sem sentido e estabilizada, mostra que a disciplina não tem vida, fica longe da realidade do graduando e não colabora para que o mesmo possa enfrentar as intempéries que o mundo o põe à prova, deixando-os sem condições de contestações.

É evidente a importância da formação profissional, dos saberes e do envolvimento do professor para acontecer atitudes diferentes na educação, e é preciso que haja interferência na condução das aulas de Matemática de forma a atender à realidade do estudante na atualidade. A Modelagem Matemática, segundo Bassanezi (2011), como uma prática pedagógica pode ser aplicada em várias situações do ensino e aprendizagem pelos professores e é fundamental para a transformação da maneira de conceber a aprendizagem pelo acadêmico, com o intuito de sanar as barreiras que os profissionais encontram hoje quando vão para o mercado de trabalho.

A modelagem matemática em sala de aula é uma estratégia que na prática pedagógica contribui para a construção do conhecimento matemático, permitindo e propiciando uma relação professor e aluno de forma dialógica. Pereira (2010) considera o aluno como um sujeito criativo, participante e reflexivo e estas características proporcionarão à sociedade futuros profissionais mais hábeis nas suas áreas de atuação no mercado de trabalho.

Essa autora entende a “Modelagem Matemática” como uma metodologia para o ensino de matemática, que desenvolve práticas de ensino e aprendizagem de conteúdo a partir da necessidade de resolver problemas provenientes de fatos que os alunos conhecem e vivem, e faz uma relação entre a Criatividade e a Modelagem Matemática, citando como as atividades de Modelagem Matemática contribuem para o desenvolvimento da criatividade:

A Modelagem Matemática propicia criatividade quando:

- possibilita organizar trabalhos em grupo, proporciona interação entre os estudantes, estimulando colaboração entre eles, independência e autonomia para resolver problemas e tomar decisões;
- envolve situações da realidade para que o grupo possa estabelecer relações matemáticas que talvez aparentemente não sejam perceptíveis. Para isso terá que utilizar características ou atributos do pensamento criativo, tais como fluência, originalidade, complexidade, entre outras;
- propõe atividades que representam muito mais os interesses dos estudantes do que os do professor, gerando motivação e envolvimento para realização das tarefas;
- abre espaço para que surjam modos de proceder e encaminhar a atividade, em termos heurísticos, isto é, não tendo de antemão modelos prontos a serem seguidos (PEREIRA, 2010, p. 185).

Para que, segundo Pereira (2010), ocorra e seja demonstrada em sala de aula, a criatividade dos alunos na atividade proposta de Modelagem Matemática, o professor

deve tornar o estudante construtor do seu conhecimento, incentivando-o a participar ativamente do trabalho, contribuindo com a realização da atividade e não deixar apenas para si o desenvolvimento da tarefa; dar liberdade ao estudante para propor ideias e questionamentos; auxiliar os estudantes nas situações novas, desconhecidas e buscar novos conhecimentos que se façam necessários para realização do trabalho; sugerir temas de interesse do grupo ou dos grupos; compartilhar o processo de ensino, incentivar o debate, participando de discussões sobre os assuntos de interesses dos estudantes; observar os temas de interesses dos estudantes e levantar hipóteses que envolvam a economia da cidade, da região, verificação dos serviços prestados à comunidade, como hospitais, postos de saúde, telefonia, internet e outros e, também, temas do momento como eleições, esporte, eventos científicos, eventos culturais; levantar novas situações considerando outros ângulos, de forma que os estudantes possam analisar situações sob diversos aspectos.

Pereira (2010) finaliza ressaltando que a Modelagem Matemática não é garantia de desenvolvimento da criatividade, mas há muitas chances disso ocorrer na medida em que for trabalhada na Educação Matemática de forma criativa envolvendo outras áreas.

Para Burak e Aragão (2012), a Modelagem Matemática desafia os professores a estabelecer uma relação entre o conteúdo de matemática e outras áreas do conhecimento; estimula os docentes a questionar sua prática pedagógica, onde resolver situações-problemas vem em conjunto com a teorização do conhecimento na educação matemática; proporciona aos professores momentos de reflexão sobre em qual grau de conhecimento, currículo e tempo pode-se trabalhar a Modelagem Matemática e também analisar a sua própria formação inicial.

Segundo Biembengut e Hein (2014), na Modelagem Matemática, cabe ao professor acrescentar ou excluir tópicos matemáticos conforme a série e objetivos a serem alcançados. O professor pode ou não propor uma questão para iniciar a modelagem, deve desenvolver uma conversa informal que servirá de “termômetro” para avaliar o quanto os alunos conhecem e o grau de interesse pelo assunto. Por fim, estimular a participação dos alunos tornando-os corresponsáveis pelo aprendizado.

Burak e Klüber (2010) destacam a indissociabilidade entre o Ensino e Pesquisa na Modelagem, pois ao trabalhar com temas diversos, de livre escolha do grupo, é favorecida a ação investigativa como forma de conhecer, compreender e atuar em

determinada realidade. Em todas as etapas da Modelagem fica evidenciada a pesquisa.

Segundo os mesmos autores, na resolução de um problema, pode acontecer que o conteúdo ainda não tenha sido aprendido pelo estudante. Este é um momento importante para o professor exercer o papel de mediador e, para solucionar, pode usar os organizadores prévios, conforme proposto por Ausubel em sua Teoria da Aprendizagem Significativa.

De acordo com Chave e Santo (2011), o papel do professor na Modelagem Matemática é de organizar a atividade desde a sua finalidade ou o para quê a Modelagem será usada, até o cuidado com a diversidade da sala de aula, que diz respeito a onde e para quem. O professor não tem, como normalmente acontece, o livro-texto com o caminho e as respostas no final.

Bassanezi (2011) acredita que em suas ações pedagógicas os professores devem:

[...] valorizar o que ensinam de modo que o conhecimento seja ao mesmo tempo interessante por ser útil, e estimulante, por ser fonte de prazer. Assim, o que propomos é a busca da construção de uma prática de ensino-aprendizagem matemática que combine “jogos” e resultados práticos (BASSANEZI, 2011, p. 16).

Um dos objetivos principais do professor com a modelagem matemática em sala de aula, de acordo com Bassanezi (2011), é proporcionar ao estudante o desenvolvimento de seu senso crítico, estudando situações-problemas da sua realidade. O professor media as pesquisas, auxilia no encontro das variáveis dos problemas, fazendo com que os alunos consigam estruturá-los matematicamente.

Segundo Bassanezi (2011) existem argumentos que matematicamente podem ensinar a matéria de modo signifiicante, observando a realidade do sistema educacional de hoje. E cita estes argumentos:

1. *Argumento formativo* - enfatiza aplicações matemáticas e performance da modelagem matemática e resolução de problemas como processos para desenvolver a capacidade em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas
2. *Argumento de competência crítica* - focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos.

3. *Argumento de utilidade* - enfatiza que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas.
4. *Argumento intrínseco* - considera que a inclusão de modelagem resolução de problemas e aplicações fornecem ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas suas facetas.
5. *Argumento de aprendizagem* - garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valorizar a própria matemática.
6. *Argumento de alternativa epistemológica* - A modelagem também se encaixa no Programa Etnomatemática, indicado por D'Ambrosio (1993), "que propõe um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade e chega, de maneira natural e através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica", atuando, desta forma, como uma metodologia alternativa mais adequada às diversas realidades sócio-culturais (BASSANEZI, 2011, p. 36-37 – Grifos do autor).

Bassanezi (2011) menciona que, apesar de todos estes argumentos positivos, existem obstáculos ao uso da Modelagem Matemática que são:

- a. Obstacles instrucionais - Os cursos regulares possuem um programa que deve ser desenvolvido completamente. A modelagem pode ser um processo muito demorado não dando tempo para cumprir o programa todo. Por outro lado, alguns professores têm dúvida se as aplicações e conexões com outras áreas fazem parte do ensino de Matemática, salientando que tais componentes tendem a distorcer a estética, a beleza e a universalidade da Matemática. Acreditam, talvez por comodidade, que a matemática deva preservar sua "precisão absoluta e intocável sem qualquer relacionamento com contexto sócio-cultural e político". (cf. D'Ambrosio, 1993).
- b. Obstacles para os estudantes - O uso da modelagem foge da rotina do ensino tradicional e os estudantes, não acostumados ao processo, podem se perder e tornar apáticos nas aulas. Os alunos estão acostumados a ver o professor como transmissor de conhecimentos e quando colocados no centro do processo de ensino-aprendizagem, sendo responsáveis pelos resultados obtidos e pela dinâmica do processo, a aula passa a caminhar em ritmo mais lento. (Franchi, 1993).
- c. A formação heterogênea de uma classe pode ser também um obstáculo para que alguns alunos relacionem os conhecimentos teóricos adquiridos com a situação prática em estudo. Também o tema escolhido para a modelagem pode não ser motivador para parte dos alunos provocando desinteresse.
- d. Obstacles para os professores - Muitos professores não se sentem habilitados a desenvolver modelagem em seus cursos, por falta de conhecimento do processo ou por medo de se encontrarem em situações embaraçosas quanto à aplicações de matemática em áreas

que desconhecem. Acreditam que perderão muito tempo para preparar as aulas e também não terão tempo para cumprir todo o programa de curso (BASSANEZI, 2011, p. 37).

A Modelagem no ensino é uma estratégia de aprendizagem, sendo relevante, segundo o referido autor, o caminhar nas etapas, sistematizando e aplicando o conteúdo matemático. A aprendizagem na Modelagem Matemática se dá com a interação do aluno com o seu ambiente natural e não como uma via única do professor para o aluno.

De acordo com Almeida e Vertuan (2011),

[...] em torno da Modelagem Matemática na Educação Matemática, tanto em termos de práticas quanto das pesquisas, tem dado grande visibilidade às discussões que tratam do papel do professor e do aluno no desenvolvimento das atividades de modelagem na sala de aula (ALMEIDA; VERTUAN, 2011, p. 29).

Tem-se, portanto, para Almeida e Vertuan (2011), dos efeitos da modelagem matemática, que explora o estudo da vida real no ensino e aprendizagem nas salas de aula, afasta o “ensino predominante” deixando acontecer uma aprendizagem significativa. Muda-se a ideia em que o professor detentor do conhecimento e este transmitido em aulas expositivas, para professores que convidam seus alunos a resolverem exercícios investigativos. O docente sai da tranquilidade da aula expositiva e os alunos são estimulados a participarem de forma efetiva na sua aprendizagem, entrando numa aparente “Zona de Risco”.

Analisando a importância da modelagem, Oliveira e Barbosa (2011) asseveram:

A presença da modelagem na escola representa desafios para os professores, pois as aulas de matemática apresentam uma dinâmica diferente, já que acontecerão diversos caminhos propostos pelos alunos para a resolução do problema. Com isso, não há a previsibilidade do que ocorrerá nas aulas na utilização deste ambiente de aprendizagem movendo os professores para uma zona de risco (OLIVEIRA; BARBOSA 2011, p. 267-268).

Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2013), a prática da Modelagem desestabiliza o professor, pois as aulas dependem da participação dos alunos. Os mesmos autores ainda mencionam que antigamente e na atualidade, numa escola, a organização escolar produziu, e produz, pessoas “mudas” e, conforme seu nível de escolaridade, esta participação vai ficando cada vez menor.

6. Aplicabilidades em sala de aula

De acordo com Bassanezi (2011) para a maioria dos professores, empregar o processo de modelagem é saltar uma parede criada pelo ensino tradicional, onde o objeto de estudo é visto de forma linear, desempenhando uma sequência certa e apontando um final claro que muitas vezes é o cumprimento do programa da disciplina. Na modelagem não se limita o aprendizado a técnicas padronizadas. No início é apenas um tema escolhido e é natural que surja uma tabela de dados, uma disposição dos dados no plano cartesiano e um ajuste de valores auxiliando nas tentativas de propostas de problemas, suposições e leis de formação. A formulação de modelos matemáticos é um efeito do processo.

Bassanezi (2011) menciona que:

[...] Da mesma forma que só se pode aprender a jogar futebol, jogando, só se aprende modelar modelando! O técnico pode aprimorar o comportamento de um jogador e ensaiar jogadas mais efetivas, mas o resultado final depende exclusivamente da criatividade e habilidade deste jogador; ainda assim, em cada partida sua atuação e rendimento podem ser bastante diferenciados, dependendo do comportamento da equipe adversária (BASSANEZI, 2011, p. 43).

Habilidades dos matemáticos para empregar matemática em outras áreas, mencionadas por Bassanezi (2011), consistem na maestria de tomar um problema, relativamente complexo, de uma situação prática, e transformá-lo em um modelo matemático encontrando uma solução que deve ser validada em termos de uma situação original. Essa habilidade, por mais que seja treinada entre os matemáticos, é possível que partes deles não a tenham, embora, sabe-se que muitas ideias matemáticas surgiram a partir de problemas práticos e também que o uso da matemática em outras áreas do conhecimento tem aumentado muito e espera-se cada vez mais dela na resolução de vários tipos de situações.

Figura 9: Esquema simplificado de Modelagem Matemática dado por McLone (1984), apud Bassanezi (2011)



Fonte: Autoria própria, a partir de Bassanezzi (2011).

Bassanezi (2011, p. 44) questiona se é possível ensinar Modelagem Matemática, em seguida, responde que “[...] a melhor maneira de se aprender modelagem é fazendo modelagem, e de preferência juntamente com alguém mais experiente”.

Bassanezi (2011) cita alguns procedimentos fundamentais que considera na modelagem:

- aquisição de técnicas básicas e teoria (utilização do “dicionário” bilíngue: linguagem usual-matemática, matemática-linguagem usual);
- estudos de problemas clássicos;
- emprego de técnicas conhecidas em situações novas;
- questionamento ou crítica a respeito da falibilidade de modelos clássicos;
- improvisação de novas técnicas quando as existentes são inadequadas;
- abstração de princípios unificadores para certas situações;
- formulação de problemas em termos matemáticos;
- organização de material (dados experimentais, bibliográficos, etc.);
- cooperação com especialistas de outras áreas (BASSANEZI, 2011, p. 45).

A validação dos modelos, segundo Bassanezi (2011), é um procedimento que pode ou não ser utilizado, dependendo dos critérios de qualidade que são estabelecidos quando se dispõem a trabalhar com a modelagem. Esses critérios são determinados de acordo com os objetivos definidos na preparação da aula. O autor citado acima menciona, como exemplo, que se o processo da modelagem matemática for utilizado para motivar o aprendizado ou reconhecer o valor da matemática, muitas vezes a validação não é um critério fundamental, mas este critério é importante quando o interesse é o resultado fornecido pelo modelo.

7. Modelagem Matemática nas aulas de Cálculo

O Cálculo é uma disciplina que compõe o currículo de muitos cursos superiores na área de exatas, existem várias dificuldades que têm representado um problema no seu ensino e sua aprendizagem para professores e estudantes, tanto dos cursos de Matemática, Engenharia quanto de outros cursos afins. Os fatores que comprovam, de acordo com Almeida, Fatori, Souza (2017), são as taxas de reprovação, repetência e abandono das disciplinas de Cálculo. A disciplina de Cálculo demanda dos alunos muito empenho e dedicação, mas esses demonstram muitas dificuldades em assimilar os conceitos apresentados. Portanto, existe a necessidade de rever a adequação dos

conteúdos programáticos do Cálculo com a realidade dos alunos e as imposições do sistema social, cultural e econômico e modificar a metodologia que, em geral, prioriza operações, técnicas e repetição.

A forma como são estruturados os livros didáticos de Cálculo adotados nas universidades brasileiras também não favorece o desenvolvimento e a aprendizagem dos alunos. De modo geral, cada capítulo é iniciado com definições seguidas de teoremas ou propriedades, depois são apresentados alguns exemplos de exercícios que utilizam estas definições e só ao final do capítulo são apresentadas algumas aplicações relacionadas ao assunto. Deste modo, o aluno, além de já receber os problemas prontos, ao resolvê-los já sabe, de antemão, a que conceitos deve recorrer.

De forma geral, nas aulas de Cálculo os conteúdos são apresentados aos alunos como um saber já construído, sem lugar para a intuição, experimentação ou descoberta e perante o qual não é possível a argumentação. Os conceitos são apresentados aos alunos, na maioria das vezes, já formalizados, não decorrentes das suas ações e da reflexão sobre eles, dando-se quase nenhum tempo aos alunos para sentirem a formalização como algo natural e necessário à comunicação de processos e resultados (ALMEIDA, FATORI E SOUZA, 2017, p.03).

Na disciplina de cálculo, uma proposta que pode constituir em uma ação para a melhoria do ensino e aprendizagem dos alunos é a Modelagem Matemática. A partir de todos os pressupostos teóricos estudados, a Modelagem Matemática, ao trabalhar com as problematizações, constroem lugares de criação, experimentação e debate. Os alunos são estimulados, incentivados, encorajados a investigar, se movem e se animam no entendimento dos conceitos, além de verificarem as relações da disciplina com o mundo real.

Segundo Almeida, Fatori, Souza (2017), na história da origem do Cálculo, Newton e Leibniz descreveram feitos reais usando a linguagem do Cálculo. Em seguida desenvolveu-se uma teoria matemática sobre o Cálculo Diferencial e Integral, paralela à realidade, mas que permite estudá-la em várias situações.

A origem do Cálculo Diferencial e Integral está fortemente ligada ao século XVII e a dois nomes: ao inglês Isaac Newton (1642-1727) e ao alemão Goltfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Newton realizou seus estudos na Inglaterra, partindo de definições de espaço e tempo e, levando em consideração ideias apresentadas por Descartes, desenvolveu o que ele chamou de *Método de Fluxões*, concluído em 1671 mas publicado somente em 1736. Em seu trabalho Newton considerava uma curva como resultado do movimento contínuo de um ponto. Criou uma denominação para a mudança de posição – *fluente* –

e a taxa de variação do fluente em relação ao tempo denominou *fluxão*. A fluxão equivale ao que hoje chamamos de derivada e o fluente é a função. Leibniz, contemporâneo de Newton, desenvolveu seus estudos em Paris quase na mesma época que Newton, mas foi o primeiro a publicar seus trabalhos em 1684. Sem conhecer os trabalhos de Newton, Leibniz desenvolveu o *Calculus Differentialis e Calculus Summatorius ou Calculus Integralis*, criando a notação para taxas de variação usada até hoje que, além de representar bem os fenômenos é de fácil operacionalização (ALMEIDA, FATORI E SOUZA, 2017, p. 02 – Grifos dos autores).

Na atualidade o cálculo é, em diferentes cursos, uma disciplina obrigatória, pois existem aplicações em diversas áreas do ensino. A partir de Newton e Leibniz o Cálculo passa a constituir um ramo autônomo do conhecimento e suas ferramentas contribuem para demonstrar e resolver situações levantadas em vários campos.

Um conteúdo trabalhado no Cálculo são as Equações Diferenciais. Para Bassanezi (2011), em termos de equações diferenciais, os modelos matemáticos são importantes quando pode-se modelar situações, onde a relação entre as variáveis dependentes e independentes são obtidas através de hipóteses formuladas a respeito de taxas de variações instantâneas. Comenta ainda que, a fidelidade de um modelo com a realidade é proporcional à complexidade matemática do modelo e que modelos mais complexos podem ser resolvidos de forma iterativa, sendo que hoje, os métodos computacionais têm favorecido no encontro destas soluções e aumentado a credibilidade e utilização em outras áreas das ciências.

Equações Diferenciais, segundo Dennis e Michael (2001), são equações que contém as derivadas ou as diferenciais de uma ou mais derivadas dependentes, em relação de uma ou mais variáveis independentes (ED).

Segundo Leithold (1994, p. 1131), “[...] uma equação diferencial é a que envolve uma função incógnita e suas derivadas”. Pode ser classificada como equação diferencial, a equação matemática onde se procura uma função desconhecida que relaciona uma ou várias variáveis independentes a essa função e suas derivadas de várias ordens.

Dennis e Michael (2001) mencionam:

Se uma equação diferencial de primeira ordem puder ser resolvida, veremos que a técnica ou método para resolvê-la depende do tipo de equação de primeira ordem com que estamos lidando. Durante anos, muitos matemáticos se esforçaram para resolver diversos tipos particulares de equações. Por isso, há vários métodos de solução; o que funciona para um tipo de equação de primeira ordem não se aplica

necessariamente a outros tipos de equação (DENNIS E MICHAEL 2001, p. 38).

Dentre os exemplos citados pelo professor Bassanezi (2011), um exemplo clássico, interessante e esclarecedor que também pode servir de modelo para outras situações diversas, é sobre a Eficiência (E) de um operador de máquinas que varia com o tempo de trabalho realizado em um dia (8 horas). Supõe-se que a eficiência seja crescente nas 4 primeiras horas de trabalho e depois decresça nas 4 horas restantes, isto é:

$$\frac{dE}{dt} = 40 - 10t \quad \text{Onde } t \text{ é o número de horas de trabalho do operador.}$$

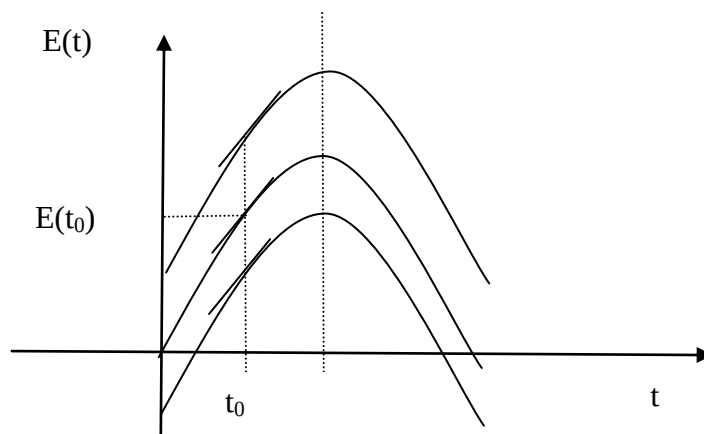
Observe que $\frac{dE}{dt} > 0$ se $0 \leq t < 4$ e $\frac{dE}{dt} < 0$ se $4 < t \leq 8$

Um ponto discutido no exemplo é como determinar a eficiência em qualquer instante t , assim $E = E(t)$. Integrando a equação anterior tem-se que:

$$E = \int (40 - 10t) dt = 40t - 5t^2 + c$$

E continua mencionando que para cada valor da constante c temos uma solução $E(t)$, como demonstrado na figura 10 a seguir.

Figura 10: $E(t) = 40 - 5t^2 + c$: curvas de eficiência de operadores de máquinas.



Fonte: A autora, fundamentada no Exemplo 2.15 de Bassanezi (2011).

A reta tangente no ponto $(t_0; 40 - 5t_0^2 + c)$ tem coeficiente angular $a(40 - 10t_0)$ para qualquer uma das curvas $E(t)$.

Bassanezi (2011) pretende, neste exemplo, que o operador tenha uma eficiência de 72% depois de haver trabalhado 2h, isto é $E(2) = 72$. Então, usando a expressão:

$E(t) = 40 - 5t^2 + c$, obtêm-se:

$E(2) = 40 - 5 \cdot 2^2 + c = 72 \rightarrow c = 12$, e conclui que $E(t) = 40 - 5t^2 + 12$ representa a equação da eficiência deste operador particular realizando esta tarefa específica.

Ainda, continua os estudos querendo conhecer a eficiência deste operador após 8 horas de trabalho, aplica-se o número de horas na equação que representa este operado.

$E(8) = 40 - 5 \cdot 8^2 + 12$; $E(8) = 12$, significando, portanto, que este operador tem uma eficiência de 12% no final do expediente, que neste exemplo coincide com sua eficiência no início do trabalho, pois $E(0) = 12$. Sua eficiência será máxima em 4 horas $E(4) = 92$.

O autor, neste exemplo simples, incentivando os alunos a modelarem situações distintas, no processo de analogia, formula outros modelos matemáticos, contribui para a aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula pelos professores. Corrobora que a Formação Profissional e os Saberes Docentes, de forma atualizada e efetiva, sustentam os professores para atuarem de forma diferenciada e contemporânea, mediando um ensino voltado para o crescimento humano e profissional do aluno.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; FATORI, L. H.; SOUZA, L. G. S. Ensino de Cálculo: uma abordagem usando Modelagem Matemática. **Revista Ciência e Tecnologia**. UNISAL. v.10, n.16. 2017.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” Modelagem Matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina, PR: Edue, 2011. p. 19-43.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro, RJ: ANPED, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo, SP: Contexto, 2011.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática**: Teoria e prática. São Paulo, SP: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das Propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**. v. 2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo, SP: Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo, SP: Contexto, 2014.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Tese de Doutorado em Educação- FE/UNICAMP, Campinas, SP, 1992.

BURAK, D.; ARAGÃO, R. M. R. de. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba, PR: CRV, 2012.

BURAK, D; KLÜBER, T. E. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educ. Mat. Pesqui.** São Paulo, SP, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.33-54, jul. 2009.

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C. M.; Modelagem Matemática: Alunos em Ação. In: ALMEIDA, L. M. W de; ARAÚJO, J. de L.; BISOGNIN, E. **Práticas de Modelagem na Educação Matemática**. Londrina, PR: Edue, 2011.

CHAVE, M. I. A.; SANTO, A. O. E.; Possibilidades para Modelagem Matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina, PR: Editora Edue, 2011.

DENNIS G. Z. MICHAEL R. C. **Equações Diferenciais**. v.1. São Paulo, SP: Makron Books, 2001.

LEATHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica**. V. 2. São Paulo, SP: HARBRA LTDA, 1994.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG: Editora Autêntica, 2013.

NUNES, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo, SP: Cortez, 2011.

OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e situações de tensão e as tensões na prática de modelagem. **Bolema**. Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 265-296, abr. 2011.

PEREIRA, E. Modelagem matemática: um convite à criatividade. In: BURAK, D.; PACHECO, R.P.; KLÜBER, T.E (Org). **Educação Matemática: reflexões e ações**. Curitiba, PR: CRV, 2010, p. 167-188.

SILVEIRA, E. **Modelagem Matemática em Educação no Brasil**: entendo o universo de teses e dissertações. 2007.197 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Setor de Educação, UFPR, Curitiba, PR, 2007.

CAPITULO IV



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ALTERNATIVA METODOLÓGICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

*Euzane Maria Cordeiro
Guilherme Saramago de Oliveira
Ana Maria de Oliveira Cunha*

Em nossa concepção de trabalho, para que a aprendizagem ocorra ela deve ser significativa e relevante, sendo vista como compreensão de significados, possibilitando relações com experiências anteriores, vivências pessoais e outros conhecimentos; dando espaço para a formulação de problemas de algum modo desafiantes, que incentivem o aluno a aprender mais; modificando comportamentos e permitindo a utilização do que é aprendido em diferentes situações escolares ou não (CÂNDIDO, 2007, p.16).

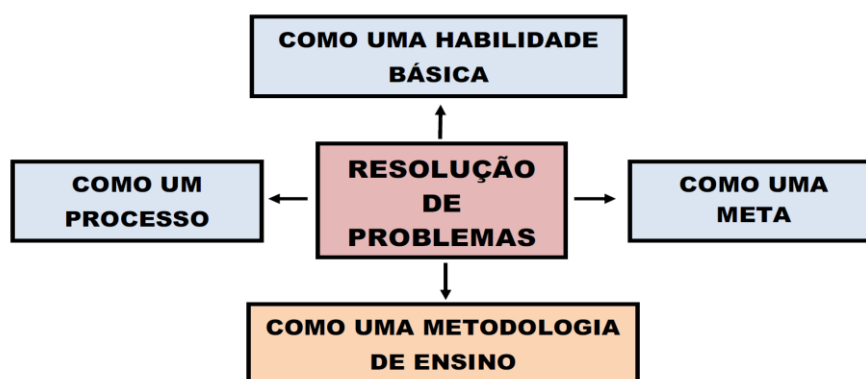
1. Abordagens, objetivos e finalidades da resolução de problemas

Inicialmente, é fundamental apresentar as principais abordagens inerentes à resolução de problemas, mas principalmente estabelecer os objetivos e finalidades que evidenciam a sua importância para o desenvolvimento da prática pedagógica em Matemática e que favorecem as condições básicas para que o aluno consiga adquirir uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos.

Para Branca (1997), resolução de problemas é uma expressão abrangente que pode ser pensada e interpretada de formas distintas. Para o autor, a resolução de problemas pode ser entendida como uma meta, como um processo, como uma

habilidade básica. De maneira geral, pode-se afirmar que a resolução de problemas é uma meta, quando o objetivo principal do processo educativo é ensinar Matemática para o aluno aprender a resolver problemas, ou seja, a resolução é a principal razão para o estudo dos conteúdos matemáticos. A resolução de problemas se caracteriza como um processo, quando, no desenvolvimento da prática pedagógica, prioriza-se o ensino de técnicas, de procedimentos e de estratégias específicas que vão efetivamente contribuir para a resolução dos problemas. É considerada uma habilidade básica, quando se exige de todos os alunos o domínio das possíveis alternativas de resolução, tidas como competências mínimas para o desenvolvimento nos estudos.

Figura 2: Principais abordagens sobre a resolução de problemas



Fonte: Autoria própria.

Além dessas três abordagens apresentadas por Branca (1997), existe aquela que, nos últimos anos, tem sido muito analisada e debatida por estudiosos, como por exemplo, Brasil (1997), Mansutti e Pires (2002), Diniz (2007), Dante (2009), Mendes (2009), Santos (2009), Van De Walle (2009), Gomes e Pires (2010) e Paniano (2012), que concebe a resolução de problemas como uma metodologia de ensino que pode efetivamente colaborar para o aprimoramento das ações educativas escolares relacionadas ao desenvolvimento da prática pedagógica em Matemática e possibilitar aos alunos a oportunidade da aquisição de aprendizagens que sejam relevantes e realmente significativas. Essa perspectiva, que entende a resolução de problemas como uma metodologia de ensino, é que será detalhadamente trabalhada no presente estudo, uma vez que é ela que se articula adequadamente com os objetivos de pesquisa pretendidos.

A resolução de problemas, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 33), é entendida como um recurso metodológico, um caminho alternativo para o professor fazer Matemática na sala de aula. A resolução possibilita a participação ativa do aluno, interpretando e articulando ideias, aplicando conhecimentos anteriores, estabelecendo relações entre as experiências anteriores com a nova situação, e apreendendo por si mesmo, de forma significativa, conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas essenciais para a vida em sociedade. Por meio da utilização da resolução de problemas é possível estimular o aluno “[...] a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema em uma fonte de novos problemas [...]”. Pela resolução se “[...] evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos”.

Em seus estudos, Mansutti e Pires (2002, p. 106), esclarecem que a resolução de problemas é uma metodologia que se contrapõe à prática comum presente no ensino da Matemática em que prevalece no processo pedagógico a ênfase em conduzir o aluno a dar respostas padrão para perguntas também padronizadas, sem a devida contextualização dos conteúdos trabalhados que são repassados para os alunos praticamente desprovidos de significados. Para as autoras, “[...] resolução é uma abordagem do ensino de Matemática que propõe a apropriação do conhecimento com significado”. Esclarecendo melhor asseveram:

O ensino voltado para a resolução de problemas enfatiza primordialmente a possibilidade de os alunos se apropriarem de conhecimentos matemáticos traduzidos por informações, técnicas, conceitos, habilidades e atitudes, ao mesmo tempo que os levam a descobrirem diferentes estratégias de solução, a desenvolverem procedimentos para verificar ou controlar o próprio trabalho, os resultados em confronto com os procedimentos utilizados, exercitando a criatividade e o processo de tomada de decisão (MANSUTTI; PIRES, 2002, p. 106).

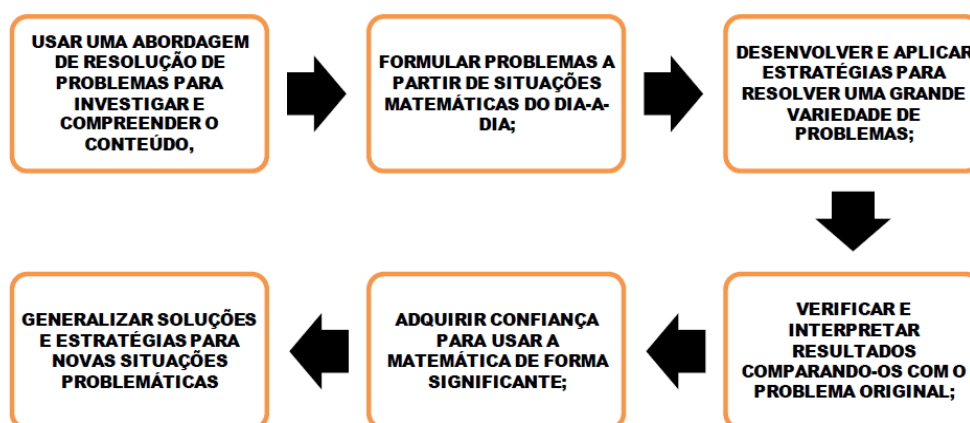
Diniz (2007, p. 95) amplia essas ideias e afirma que a resolução de problemas é uma perspectiva metodológica que compreende aspectos metodológicos e também uma postura docente frente ao significado de ensinar e aprender. A resolução de problemas, para a autora, além de possibilitar a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, também “[...] desenvolve procedimentos e modos de pensar, desenvolve

habilidades básicas, como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em Matemática e nas áreas de conhecimento envolvidas nas situações propostas”.

Segundo Dante (2009), resolução de problemas é um componente metodológico dos mais frutíferos para desenvolver o processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Para o autor, a resolução de problemas tem como objetivos levar o aluno a pensar produtivamente e desenvolver o raciocínio, provê-lo de estratégias para resolver problemas, dar a ele a possibilidade de se envolver com aplicações da Matemática, de enfrentar situações problemas novas e de alcançar uma boa base Matemática.

A resolução de problemas, de acordo com Mendes (2009), é uma alternativa metodológica para desenvolver o ensino e aprendizagem da Matemática que pode contribuir para a formação de um estudante autônomo, criativo, que tem iniciativa para aprender e que vai paulatinamente se apropriando dos saberes matemáticos e tomando consciência das possibilidades que tais saberes lhe proporciona e das suas responsabilidades sociais como cidadão. A figura a seguir ilustra as possibilidades que os alunos têm na resolução de problemas pensada como uma tendência metodológica no desenvolvimento do ensino e da aprendizagem da Matemática:

Figura 2: Possibilidades de atuação dos alunos na resolução de problemas como uma tendência metodológica



Fonte: Autoria própria com fundamento em Mendes, 2009, p. 73.

Para Santos (2009, p. 22-23), a resolução de problemas é uma estratégia didática para desenvolvimento da prática de ensino que leva à construção da Matemática. A resolução possibilita aos alunos lidar com informações diversas, realizar interpretações, entender as situações propostas e desenvolver estratégias

próprias que favoreçam a elaboração de respostas adequadas. Para a autora, desde que façam parte da nossa vida cotidiana “[...] os problemas merecem ser considerados e discutidos como uma estratégia didática de discussão da Matemática e também nos processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos [...]”.

Van De Walle (2009, p.57) considera a resolução de problemas como a principal estratégia de ensino da Matemática. Por meio dela, é possível ensinar melhor “[...] a maioria, senão todos, os conceitos e procedimentos matemáticos [...]”. Para o autor os alunos “[...] devem resolver problemas não para aplicar Matemática, mas para aprender nova Matemática”. Na resolução de problemas, o ensino é centrado no aluno, considerado como ser ativo, capaz de criar ideias, produzir conhecimentos, que se envolve em situações que exigem o pensar e possibilitam o desenvolvimento da Matemática que de fato é importante aprender.

A resolução de problemas, conforme Gomes e Pires (2010), é uma das tendências metodológicas da Educação Matemática que contribuem, efetivamente, para transformar a Matemática trabalhada na escola em uma atividade educativa que gera prazer para o estudante e evidencia a utilidade dos conteúdos matemáticos para a vida cotidiana. A resolução de problemas, para as autoras, deve ser o ponto central que norteia todo desenvolvimento da prática pedagógica do professor que ensina Matemática e os problemas as atividades principais, por meio das quais, os saberes curriculares da área serão adequadamente ensinados e aprendidos.

De acordo com Paniano (2012, p. 122), a resolução de problemas faz parte da vida social dos indivíduos que lidam diariamente com muitas situações, dinâmicas e interessantes, que necessitam de solução. Portanto, na escola, não se deve confundir a resolução de listas de exercícios repetitivos que não despertam a curiosidade e a vontade dos alunos de participarem ativamente das atividades propostas. Para o autor, é preciso pensar a resolução de problemas de Matemática “[...] como uma forma de desenvolver no aluno a curiosidade pelo assunto proposto, mobilizar novos conhecimentos, desencadear a busca pela solução e atribuir significado a Matemática no seu cotidiano”.

Em suma, com fundamento nos autores pesquisados, pode-se afirmar, de maneira geral, que a resolução de problemas é uma tendência metodológica que tem como finalidade principal melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem dos

conteúdos matemáticos. É uma metodologia que possibilita ao aluno a utilização dos conhecimentos já dominados, a modificação e ampliação de seus conhecimentos, a aquisição de habilidades para lidar com as informações disponíveis, o aperfeiçoamento de procedimentos matemáticos, a ampliação da visão que possui da Matemática e da realidade em geral, e o desenvolvimento da criatividade e da autoconfiança em aprender por si mesmo.

2. Diferenças entre problemas matemáticos e exercícios de Matemática

Estabelecidas as principais abordagens, objetivos e finalidades da resolução de problemas, é importante agora explicitar as principais ideias que estabelecem as distinções entre os exercícios de Matemática e os problemas de Matemática. Essa distinção se faz necessária, considerando que o professor, para desenvolver adequadamente seu trabalho pedagógico, fundamentado na resolução de problemas, é essencial que inicialmente ele seja capaz de realizar a correta distinção entre os exercícios e os problemas.

No contexto escolar, muito se escreve e se fala sobre a importância da utilização de problemas no desenvolvimento da prática pedagógica em Matemática, no entanto nem sempre se tem o entendimento claro do que de fato seja um problema que de fato possibilita uma aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 33), muitos problemas que geralmente são trabalhados com a intenção de ensinar Matemática, “[...] não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução”.

Para claro entendimento do que seja um problema relacionado ao ensino de Matemática é primeiro necessário distingui-lo dos clássicos exercícios que são desenvolvidos em sala de aula. Em seus estudos, Echeverria e Pozo (1998, p. 16), esclarecem que exercícios são tarefas que não apresentam nada de novo em termos de conhecimento, se referem a situações já vivenciadas e que podem ser solucionadas utilizando-se estratégias habituais muito conhecidas. Afirmam os autores que “[...] um problema se diferencia de um exercício à medida que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução”.

Os autores asseveram ainda que “[...] a realização de exercícios se baseia no uso de habilidades ou técnicas *sobreaprendidas*”. “*Sobreaprendidas*” são habilidades ou técnicas que

foram [...] transformadas em rotinas automatizadas como consequência de uma prática contínua”.

Distinguindo exercício de problema Dante (2009, p. 48) afirma que exercício “[...] serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas”. O exercício se limita, geralmente, a uma atividade de treinamento que faz uso de conhecimentos matemáticos já conhecidos pelo educando, como por exemplo, a aplicação de algoritmos, de fórmulas e regras da Matemática, de procedimentos ou estratégias que foram memorizadas. Para o autor, são exemplos, os exercícios de reconhecimento e os exercícios de algoritmos.

Os exercícios de reconhecimento, segundo Dante (2009), são aqueles que o papel do aluno se restringe a reconhecer, a identificar ou simplesmente lembrar de um conceito, uma definição, uma propriedade, ou outro saber qualquer vinculado aos conteúdos matemáticos para obter a solução. A Figura 3, a seguir, apresenta alguns exemplos desse tipo de exercício:

Figura 3: Exemplos de exercícios de reconhecimento

- 1) Dados os números 2, 5, 10, 103, 156 e 207, quais são pares?
- 2) Qual é o sucessor de 109?
- 3) Uma centena é equivalente a quantas dezenas?
- 4) Que propriedade da adição de números naturais está sendo usada ao se escrever $3 + 4 = 4 + 3$?

Fonte: Dante, 2009, p. 24.

Os exercícios de algoritmos, conforme Dante (2009), são aqueles que exigem do aluno a mera aplicação e execução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão. O objetivo destes exercícios são treinar habilidades de cálculo e reforçar conhecimentos já adquiridos. A Figura 4, a seguir, apresenta exemplos de exercícios de algoritmos:

Figura 4: Exemplos de exercícios de algoritmos

- 1) Calcule o valor de $[(3 \times 4) + 2] : 7$
- 2) Efetue:
 - a) $128 + 79$
 - b) $101 - 68$
 - c) 314×6
 - d) $144 : 6$

Fonte: Dante, 2009, p. 24.

Já problema, segundo Dante (2009, p. 11) “[...] é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo”. O autor esclarece, ainda, que um bom problema matemático apresenta as seguintes características: é um desafio que estimula e motiva o aluno a buscar a solução; trata de questões que de fato são reais para o aluno; vincula-se a questões que fazem parte do dia a dia do aluno; apresenta elementos que são inicialmente desconhecidos para o aluno; não se limita a uma mera aplicação de operações aritméticas para se obter a solução; e apresenta nível adequado de dificuldade, sendo passível de ser resolvido pelo aluno.

Van de Walle (2009) considera um problema de fato voltado para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, aquela situação que consiste na realização de qualquer atividade educativa, que não possui, previamente definidos, métodos, regras ou estratégias corretas de solução, seja pela repetição de receitas prontas ou aplicação de técnicas meramente memorizadas. Além disso, possui também as seguintes características: o problema deve partir do conteúdo já dominado pelos alunos; a questão-chave da atividade proposta deve estar relacionada ao novo saber matemático que será aprendido; e a aprendizagem Matemática ocorrida deve ser capaz de justificar as respostas alcançadas e os métodos utilizados.

Já para Brasil (1997), problemas importantes que efetivamente contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, retratam situações que de alguma forma estão vinculadas ao cotidiano e que exigem do aluno o desenvolvimento de algum tipo de estratégia ainda não conhecida para resolvê-los.

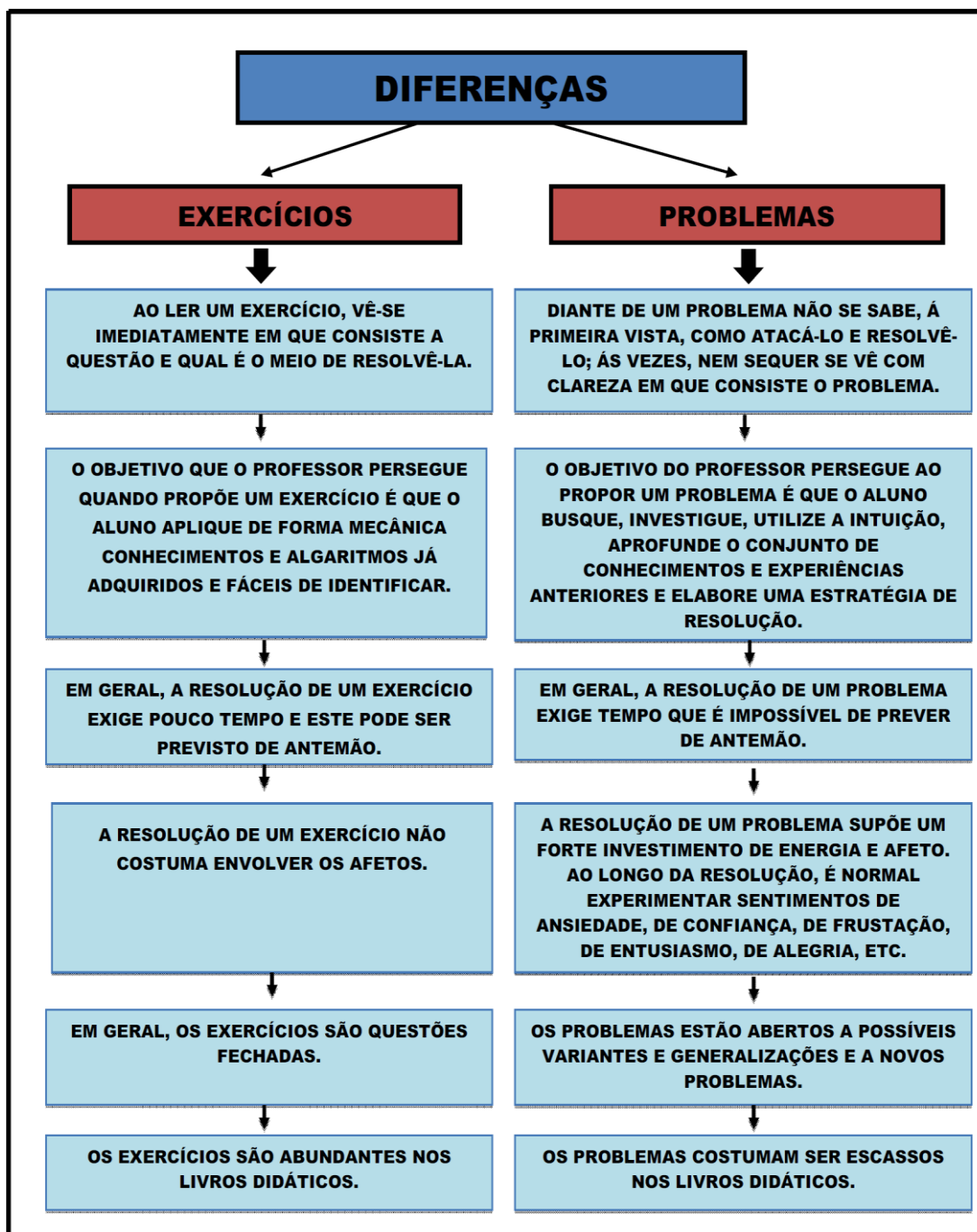
No processo de ensino e aprendizagem da Matemática, um problema, afirmam os PCN:

[...] certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada (BRASIL, 1997, p.32).

Para Vila e Callejo (2006), os problemas são situações novas que demandam pleno uso do raciocínio e exigem conhecimentos prévios que darão o suporte necessário para o indivíduo estabelecer estratégias para selecionar e combinar dados e informações que estão disponíveis no próprio problema e obter a solução. Os

exercícios são atividades rotineiras que exigem pouco raciocínio e cuja solução é rapidamente acessível ao aluno que já dispõe a priori de alguma técnica, algum procedimento que já foi adquirido e utilizado anteriormente em situações muito semelhantes. A Figura 5, a seguir, evidencia as diferenças entre exercícios e problemas:

Figura 5: Diferenças entre exercícios e problemas



Fonte: Figura adaptada de Vila e Callejo, 2006, p. 72.

D'Amore (2007), em seus estudos afirma que o exercício é uma experiência educativa, cuja resolução exige do aluno a aplicação de regras ou procedimentos já dominados. Eles geralmente visam a reforçar supostas aprendizagens já ocorridas ou verificar se o aluno aprendeu ou não determinado conteúdo. Já o problema não exige *a priori* o domínio de regras e procedimentos. A resolução de um problema demanda, sobretudo, a utilização da criatividade por parte do sujeito que pretende obter a resposta. Para o autor, enquanto os problemas são instrumentos que possibilitam a aquisição de conhecimento, que privilegiam os processos, fazendo com que o aluno tenha um papel ativo, os exercícios são ferramentas de verificar e consolidar conhecimentos e habilidades, que tornam o aluno um mero executor de ações repetitivas.

Hübner (2010, p. 31) também se refere ao uso da criatividade e sua importância na resolução de problemas afirmando que “[...] o uso de problemas na Educação Matemática pode ser uma possibilidade de descoberta para os estudantes, de busca de novos caminhos, do encontro com respostas diferentes, inclusive de uma manifestação de sua criatividade”.

Para Charnay (1996, p. 46), uma determinada situação se constituirá em problema se o aluno ainda não conhece o caminho para estabelecer a sua solução. Se ele já conhece como resolvê-lo, dificilmente terá interesse e se envolverá. Na verdade o problema deve ser um desafio que estimula o aluno a pensar. No entendimento do autor “[...] só há problema se o aluno percebe uma dificuldade: uma determinada situação que “provoca problema” para um determinado aluno pode ser resolvida imediatamente por outro (e então não será percebida por esse último como sendo um problema)”.

Desafiar um aluno, segundo Sadovysky (2007),

[...] significa propor situações que ele considere complexas, mas não impossíveis. Trata-se de gerar nele uma certa tensão, que o anime a ousar, que o convide a pensar, a explorar, a usar conhecimentos adquiridos e a testar sua capacidade para a tarefa que tem em mãos. Trata-se, ainda, de motivá-lo a interagir com seus colegas, a fazer perguntas que lhe permitam avançar (SADOVYSKY, 2007, p.14).

Essa ideia de problema como desafio, como uma dificuldade a ser superada pelo indivíduo, é corroborada por Brolezzi (2013, p. 39-40) ao afirmar que um

problema é “[...] como um obstáculo que dificulta a chegada aonde se deseja. É como um muro diante de nós, um impedimento”. Para o autor, não é problema aquela situação que é facilmente resolvida quando se usa uma simples técnica já conhecida. Problema “[...] é uma espécie de ponte ligando duas situações: a que conhecemos e a que não conhecemos”.

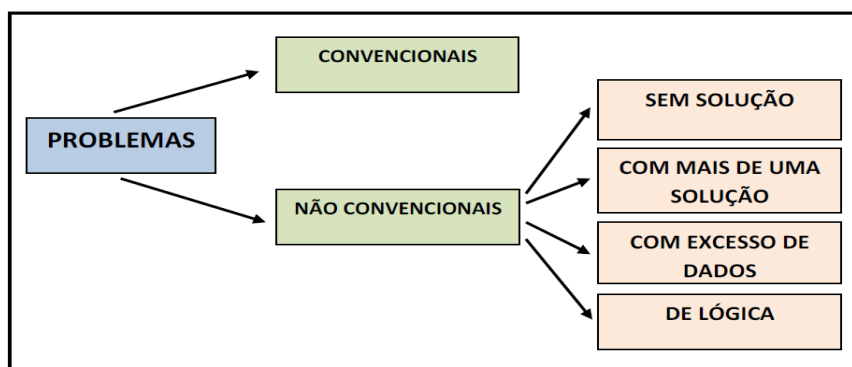
3. Os diferentes tipos de problemas matemáticos

Verificados os principais aspectos que estabelecem distinções entre exercícios e problemas, faz-se necessário apresentar os principais tipos de problemas e caracterizá-los, de tal forma que seja possível ao docente conhecer os diversos tipos de problemas existentes, saber identificá-los e desenvolver a prática pedagógica fundamentada naqueles que realmente mais atenderão aos objetivos de ensino pretendidos.

De acordo com Mendes (2009), para que os alunos consigam adquirir aprendizagens significativas e relevantes, a partir da resolução de problemas, é necessário que o professor, ao ensinar Matemática, explore todos os tipos de problemas possíveis. Segundo o autor, é por meio da diversidade de experiências com tipos variados de problemas que os processos cognitivos de generalização e síntese vão se efetivar.

Na bibliografia pesquisada, são encontradas diferentes tipologias e classificações dos problemas matemáticos, muitas delas vinculadas a níveis de ensino mais avançados. Neste estudo serão descritas aquelas estabelecidas por Stancanelli (2007) e por Dante (2009), por serem mais abrangentes e se aproximarem mais dos primeiros anos do Ensino Fundamental, nível de escolaridade vinculado ao problema e aos objetivos da presente pesquisa.

De acordo com os estudos realizados por Stancanelli (2007), os problemas de Matemática se classificam em convencionais e não convencionais. Um problema convencional, geralmente muito encontrado em livros didáticos, é aquele tipo de problema que apresenta no enunciado todas as informações necessárias para a obtenção de uma resposta previamente esperada. Uma resposta que é única, padronizada, oriunda da mera utilização de algoritmos.

Figura 6: Classificação dos problemas conforme Stancanelli (2007)

Fonte: Autoria própria.

Os problemas convencionais, conforme Stancanelli (2007, p.104), apresentam enunciados com “[...] frases curtas e objetivas e não exige um pensamento mais elaborado para sua interpretação e resolução”. A autora apresenta o seguinte exemplo:

Figura 7: Exemplo de problema convencional*

Ricardo comprou 3 pacotes de figurinhas. Em cada pacote há 4 figurinhas. Quantas figurinhas Ricardo tem ao todo?



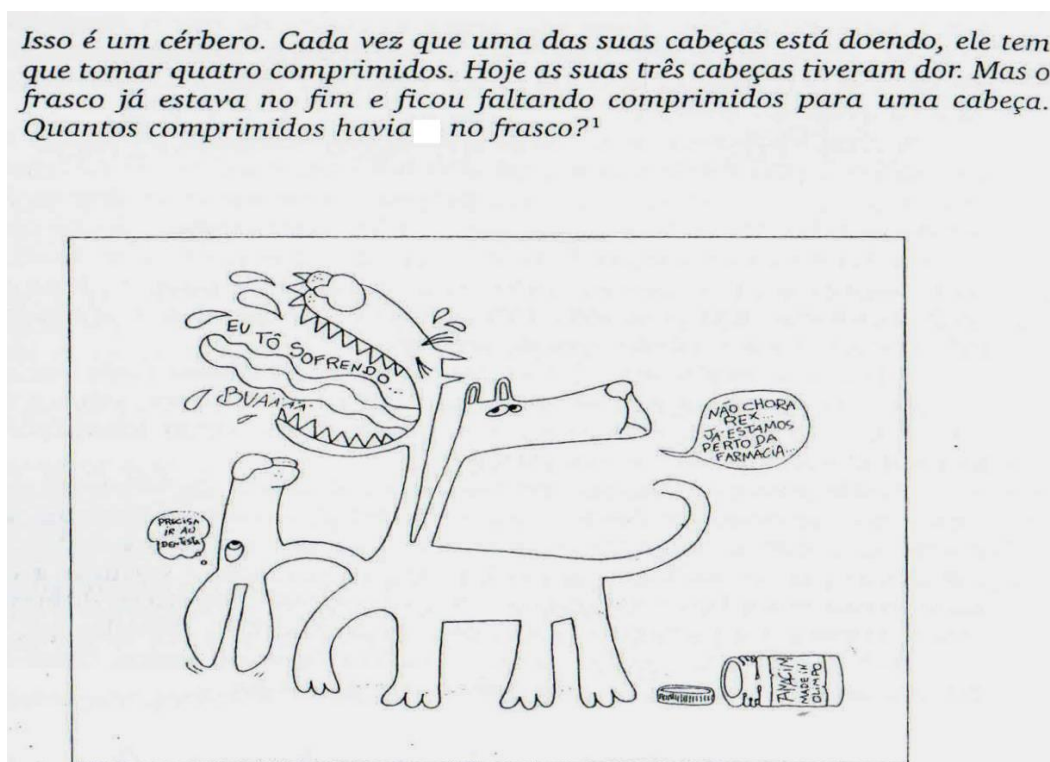
Fonte: Stancanelli, 2007, p. 103. *Exemplo extraído por Stancanelli (2007) de GWINNER, P. **Problemas:** enigmas matemáticos. Petrópolis:Vozes, 1990.

Com fundamento nos estudos até aqui realizados, constata-se que esse tipo de problema, denominado pela autora de convencional, está mais para um simples exercício de verificação da capacidade do aluno em aplicar um algoritmo já aprendido anteriormente, do que de fato para um problema de Matemática. No exemplo dado, que possui uma única resposta, o aluno, para conseguir solucioná-lo, deverá fazer uso do algoritmo da multiplicação e obter uma resposta numérica, ou seja, $3 \times 4 = 12$.

Já um problema não convencional, segundo Stancanelli (2007), é aquele que exige do aluno uma leitura mais atenciosa do enunciado, uma análise mais detalhada da situação, para que ele possa tomar a decisão de estabelecer as estratégias que vão possibilitar a solução. De maneira geral, esse tipo de problema apresenta em sua solução respostas diferentes, não padronizadas.

Para Stancanelli (2007, p. 105), o problema não convencional “[...] favorece o desenvolvimento de diferentes modos de pensar além da aritmética, estimulando o raciocínio divergente, indutivo e lógico dedutivo nas aulas de Matemática”. A autora apresenta o seguinte exemplo:

Figura 8: Exemplo de problema não convencional*



Fonte: Stancanelli, 2007, p. 104. *Exemplo extraído por Stancanelli (2007) de GWINNER, P. Problemas: enigmas matemáticos. Petrópolis:Vozes, 1990.

Neste exemplo dado, uma leitura mais simples do enunciado dá-se a impressão que basta utilizar algoritmos para se obter a solução, ou seja, $4 + 4 + 4 = 12$, $12 - 4 = 8$. A resposta seria: na caixa havia 8 comprimidos. Certo, a resposta está correta. No entanto, ao se realizar uma análise mais detalhada da questão proposta e estabelecendo uma outra estratégia de solução, será possível chegar a outras respostas também válidas. Stancanelli (2007, p. 105), apresenta um exemplo de

estratégia que pode ser usada para resolver o problema dado e obter outras respostas:

Figura 9: Exemplo de estratégia para resolver problema não convencional

Cabeça 1	0000	0000	0000	0000
Cabeça 2	0000	0000	0000	0000
Cabeça 3		0	00	000
Resposta:	8 comprimidos	9 comprimidos	10 comprimidos	11 comprimidos

Fonte: Stancanelli, 2007, p. 106.

Pelo uso da estratégia apresentada no quadro 4, constata-se a possibilidade de o aluno visualizar que o problema proposto apresenta respostas distintas para a mesma situação Matemática. Uma resposta numérica inicial equivalente a 8 se amplia, podendo também ser 9, 10 e 11, dependendo da interpretação dada ao enunciado. Tal fato contribui para o aluno romper com a ideia, muitas vezes predominante, de que problemas de Matemática têm apenas uma resposta e uma única forma de buscar a solução.

Stancanelli (2007) apresenta também em seus estudos alguns tipos de problemas não convencionais que denomina de: problemas sem solução, problemas com mais de uma solução, problemas com excesso de dados, problemas de lógica.

Em um problema sem solução, de acordo com Stancanelli (2007), a impossibilidade de solucioná-lo provém de vários aspectos, como a inexistência de dados para resolver o problema, a presença de uma pergunta inadequada ou ainda uma impossibilidade Matemática. Trabalhar na sala de aula com problemas sem solução, de acordo com a autora, permite ao aluno entender que nem sempre precisará usar dados presentes no enunciado e que não é todo problema que tem solução.

A utilização de problema sem solução, conforme Stancanelli (2007, p. 107) favorece ainda o “[...] desenvolvimento da habilidade de aprender a duvidar, que faz parte do pensamento crítico”. A autora (2007) apresenta os seguintes exemplos de problema sem solução:

Figura 10: Exemplos de problema sem solução

- Um menino possui 3 carrinhos com 4 rodas em cada um. Qual a idade do menino?
- Como posso dividir 2 gatos entre 3 pessoas?
- Monte uma pirâmide de base quadrangular usando os 5 triângulos abaixo:

- Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média. Quantos minutos ficarei na fila?

Fonte: Stancanelli, 2007, p. 107-108.

Em relação aos problemas com mais de uma solução, Stancanelli (2007, p. 109), assevera que eles possibilitam que o aluno “[...] perceba que resolvê-los é um processo de investigação do qual ele participa como ser pensante e produtor de seu próprio conhecimento”. Além disso, conforme a autora, a utilização desse tipo de problema no desenvolvimento das aulas de Matemática, colabora para que o aluno supere a crença de que todo problema tem uma única resposta e uma forma padrão correta de resolvê-lo.

Na figura a seguir são apresentados, de acordo com Stancanelli (2007), alguns exemplos de problema com mais de uma solução:

Figura 3 Exemplos de problema com mais de uma solução

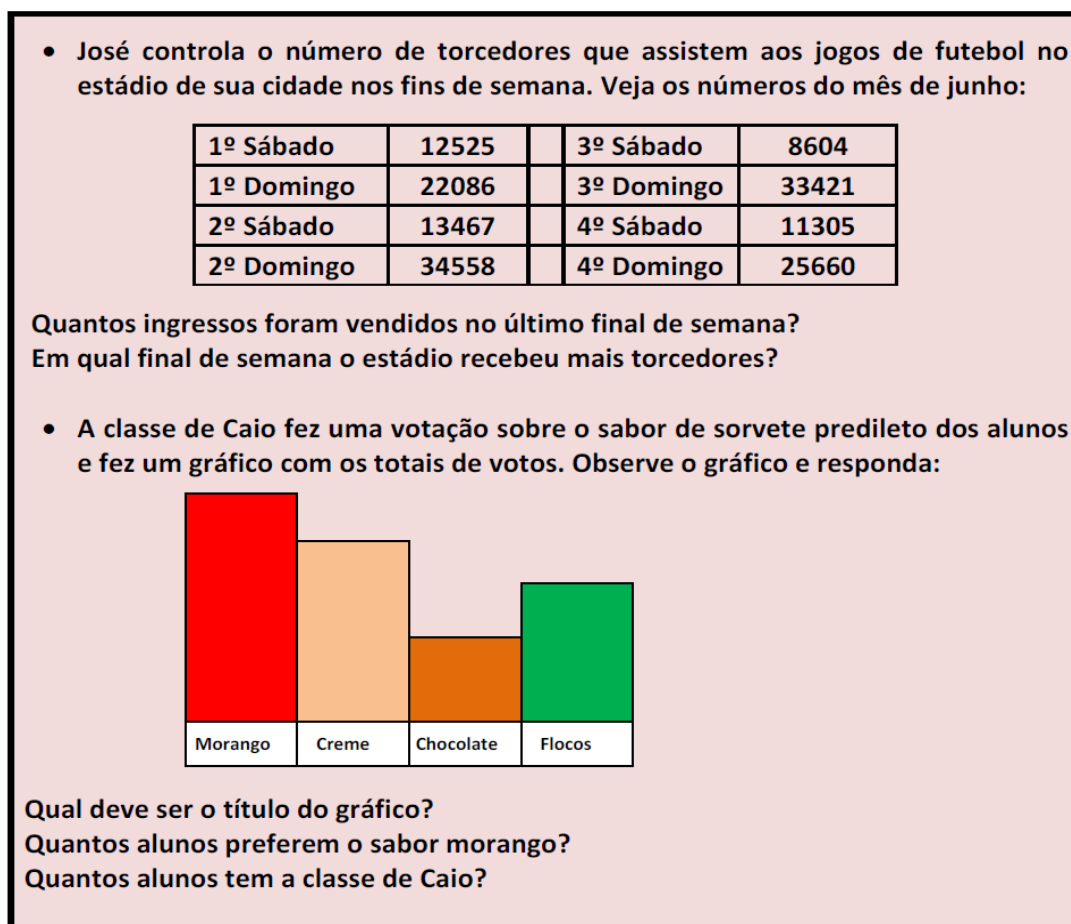
- Dados seis quadrados iguais construir uma planificação para o cubo.
- Eu e você temos juntos 6 reais. Quanto dinheiro eu tenho?
- Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média e alguns carrinhos levam 4 pessoas e outros levam 6 pessoas. Quantos minutos ficarei na fila?

Fonte: Stancanelli, 2007, p. 109-110.

Já os problemas com excesso de dados, segundo Stancanelli (2007), apresentam em seus enunciados inúmeras informações, muitas delas sem a devida importância e cujo uso não interfere na resolução da situação proposta.

A Figura 12 apresenta exemplos desse tipo de problema:

Figura 12: Exemplos de problema com excesso de dados



Fonte: Stancanelli, 2007, p. 111-112.

Para Stancanelli (2007, p. 110), um problema com excesso de dados, “[...] evidencia ao aluno a importância de ler, fazendo com que aprenda a selecionar dados relevantes para a resolução de um problema”. Além disso, problemas com excesso de dados, quando utilizados na sala de aula para ensinar Matemática contribuem para que o aluno consiga romper com a crença de que um problema não pode gerar dúvida e que todos os dados presentes no enunciado devem ser utilizados para resolvê-lo.

Para concluir a tipologia de problemas de acordo Stancanelli (2007), agora serão tratadas questões relacionadas aos problemas não convencionais denominados de problemas de lógica. Esses problemas são aqueles cuja solução não exige uma resposta numérica, decorrente da aplicação de algoritmos. São situações que motivam e estimulam a participação dos alunos, exigindo deles, basicamente, a leitura atenta e a interpretação adequada do enunciado, análise de dados e a utilização de raciocínio dedutivo.

Stancanelli (2007) apresenta o seguinte exemplo de problema de lógica:

Figura 13: Exemplo de problema de lógica



Alice, Bernardo, Cecília, Otávio e Rodrigo são irmãos. Sabemos que:

- Alice não é a mais velha
- Cecília não é a mais nova
- Alice é mais velha que Cecília
- Bernardo é mais velho que Otávio
- Rodrigo é mais velho que Cecília e mais moço que Alice.

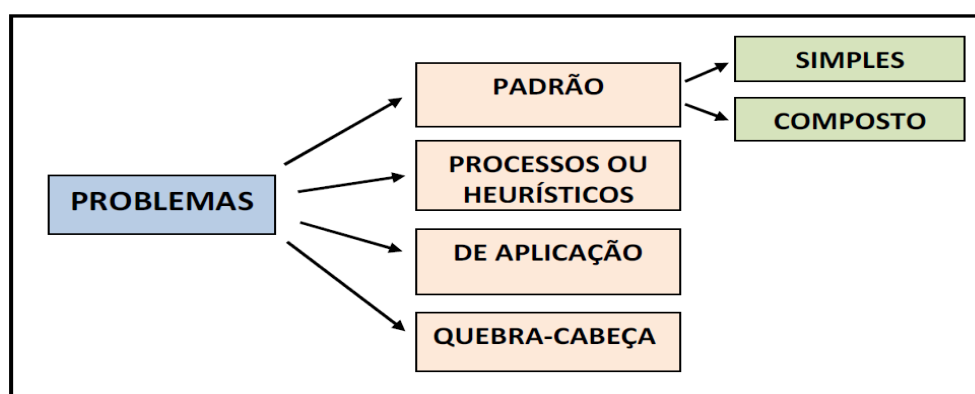
Você pode descobrir a ordem em que nasceram esses 5 irmãos?

Fonte: Stancanelli, 2007, p. 115.

Para Stancanelli (2007, p. 114), o uso dos problemas de lógica na implementação da prática pedagógica em Matemática, propicia aos estudantes “[...] uma experiência rica para o desenvolvimento de operações de pensamento como previsão e checagem, levantamento de hipóteses, busca de suposições, análise e classificação”. Esses problemas favorecem também, conforme a autora, a aplicação diversificada de estratégias em busca da resolução, como por exemplo, o uso de listas, diagramas e tabelas.

Realizadas as análises referentes aos tipos de problemas não convencionais estabelecidos por Stancanelli (2007), são agora tratadas questões vinculadas a tipologia de problemas conforme Dante (2009).

Dante (2009) classifica os problemas em: problemas-padrão (simples e compostos), problemas-processos ou heurísticos, problemas de aplicação e problemas quebra-cabeça.

Figura 14: Classificação dos problemas conforme Dante (2009)

Fonte: Autoria própria

Os problemas-padrão, geralmente muito encontrados em livros didáticos e muito trabalhados pelos professores nos primeiros anos do Ensino Fundamental, são, para Dante (2009), aqueles tipos de problemas que não motivam a participação ativa dos alunos, pois a resolução exige deles a simples aplicação de determinados algoritmos já estudados e dominados. Nesse tipo de problema, de maneira geral, uma simples análise do enunciado do problema, que apresenta todos os dados necessários para a resolução, possibilita aos discentes identificar qual algoritmo deverá ser utilizado, ou seja, da adição, da subtração, da multiplicação ou da divisão.

Para Dante (2009, p. 25), a utilização dos problemas-padrão no processo de ensinar e aprender Matemática visam a propiciar, principalmente, aos estudantes, a oportunidade de “[...] recordar e fixar os fatos básicos por meio das quatro operações fundamentais, além de reforçar o vínculo existente entre essas operações e seu emprego nas situações do dia a dia. De modo geral, eles não aguçam a curiosidade do aluno nem o desafiam”.

Importante esclarecer, ainda, que, por meio da utilização desse tipo de problema no desenvolvimento das aulas de Matemática, é possível verificar se o aluno domina ou não os algoritmos e quais as dificuldades que possui em relação a esse conteúdo. Se o aluno domina os algoritmos, a possibilidade de acerto da resposta é muito grande, caso contrário, dificilmente o acerto ocorrerá. Caso o professor identifique que os alunos possuem dificuldades mais complexas em relação à aprendizagem dos algoritmos, ele deverá repensar se deve ou não trabalhar com esse tipo de problema com o intuito de aplicar conhecimentos anteriores.

Os problemas-padrão, de acordo com Dante (2009), dependendo das exigências para a sua resolução, podem ser classificados em dois tipos: problemas-padrão simples e problemas-padrão compostos.

Para o autor, os problemas-padrão simples são aqueles que são resolvidos pelo aluno com a utilização de uma única operação. Na figura 15, a seguir, são apresentados alguns exemplos de problemas-padrão simples:

Figura 15: Exemplos de problemas-padrão simples

1. Numa classe há 17 meninos e 22 meninas. Quantos alunos há na classe?
2. Um gato tem 4 pernas. Quantas pernas têm 3 gatos?
3. Divida igualmente 12 figurinhas entre 3 crianças.

Fonte: Dante, 2009, p. 25.

Já os problemas-padrão compostos são aqueles que são resolvidos pelo aluno com a utilização de duas ou mais operações. Na figura a seguir são apresentados alguns exemplos de problemas-padrão compostos:

Figura 16: Exemplos de problemas-padrão compostos

1. Hugo, Mariana e Guilherme possuem juntos 90 figurinhas. Sabendo que Hugo tem 32 figurinhas e os outros dois possuem quantidades iguais, determine o número de figurinhas de cada um.
2. Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2400 palitos de fósforo. Sabendo que cada caixa contém, em média, 40 palitos e que cada pacote contém 10 caixas, quantos pacotes serão usados nesse trabalho?
3. Luís tem 7 anos a mais que o triplo da idade de Felipe. Os dois juntos têm 55 anos. Qual a idade de cada um?

Fonte: Dante, 2009, p. 25.

Para Dante (2009), os problemas-processo ou heurísticos são aqueles que não admitem resolução por meio da aplicação automática de algoritmos. Esse tipo de problema possibilita a utilização de diferentes estratégias e procedimentos para obter a resposta, estimula a participação do aluno, aguça a sua curiosidade e desenvolve a criatividade.

Os problemas-processo ou heurísticos, segundo Dante (2009, p. 25), são mais interessantes que os problemas-padrão, uma vez que eles exigem dos alunos o uso de

pensamentos mais elaborados para “[...] arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levar a solução”. O autor apresenta o seguinte exemplo de problemas-processo ou heurísticos:

Figura 17: Exemplo de problemas-processo ou heurísticos

Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

Fonte: Dante, 2009, p. 26.

Nesse exemplo apresentado, geralmente os alunos buscam a resposta correta por meio da aplicação de algoritmos da multiplicação. Conforme Dante (2009, p. 26) as respostas que surgem “[...] são 36 (6×6) e 30 (6×5), ambas erradas”. Para demonstrar que nesse exemplo a resposta correta 15 pode ser obtida por meio do uso de várias estratégias, é não pela aplicação automática de algoritmos, o autor descreve algumas delas, entre as quais as seguintes:

Figura 18: Exemplos de estratégias para resolver o problema

Representar o problema dramatizando a situação
Os 6 alunos se cumprimentam de verdade e marcam a quantidade total de apertos de mão.

Fazer uma lista

Noemi	Annelise	Felipe	Sérgio	Paulo	Ricardo
Annelise	Felipe	Sérgio	Paulo	Ricardo	
Felipe	Sérgio	Paulo	Ricardo		
Sérgio	Paulo	Ricardo			
Paulo	Ricardo				
Ricardo					

O primeiro cumprimenta 5 alunos, o segundo cumprimenta 4 e assim por diante, até que o penúltimo cumprimenta o último.

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$$

Fonte: Dante, 2009, p. 26.

Em relação aos problemas de aplicação, de acordo com Dante (2009), eles são também chamados de situações-problema contextualizadas. Esses problemas retratam a realidade, referem-se, geralmente, a questões que fazem parte do dia a dia dos alunos mas que exigem para a solução a utilização de conhecimentos matemáticos. De acordo com o autor, nesses problemas, para que o aluno obtenha uma resposta satisfatória, ele deverá principalmente pesquisar, levantar dados e

organizá-los, sejam em tabelas, esquemas ou outras estratégias que foram adequadas a cada caso.

Para Dante (2009, p. 27-28) os problemas de aplicação “Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a Matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse”. Veja na figura a seguir um dos exemplos de problemas de aplicação apresentados pelo autor:

Figura 19: Exemplo de problemas de aplicação

O 5º ano resolveu realizar um projeto denominado “Pipas no ar”. Os 35 alunos vão se reunir no sábado, num parque, para construir e empinar pipas. O concurso elegerá a pipa mais bonita e a mais original. Uma comissão de alunos ficou encarregada de fazer as compras. Aí, surgiu a pergunta: Com quantos reais cada um teria de contribuir? Podemos levantar as seguintes questões:

- a) Que tipo de papel é usado numa pipa e de onde ele vem?
- b) Quanto de papel se gasta numa pipa?
- c) Em que loja se compra mais barato?
- d) Quanto custa esse papel?
- e) Comprando uma grande quantidade de material, é dado algum desconto?
- f) Quanto se deve comprar de varetas, cola e linha?
- g) Quanto se deve comprar a mais, prevendo algumas perdas?
- h) Quanto custa cada um desses materiais?
- i) Qual é o custo total aproximado?
- j) Que tipo de pipa gastaria menos papel?

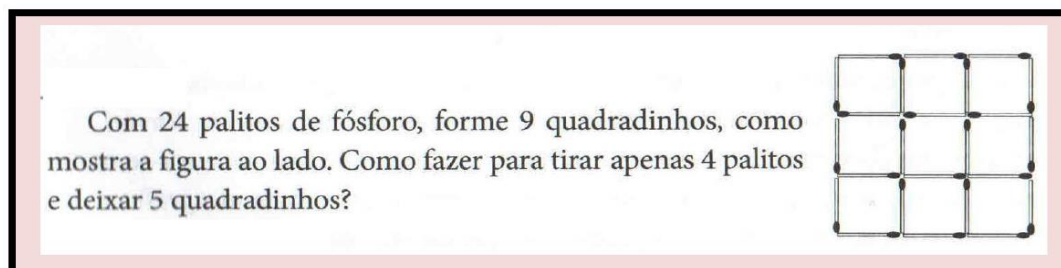
Fonte: Dante, 2009, p. 28.

Nesse exemplo, o problema apresentado retrata uma situação comum, muito presente no contexto escolar. Nele se constata a necessidade de o aluno, para responder ao questionamento principal, tomar a iniciativa, buscar informações complementares, organizá-las e relacioná-las, e assim dominar todos os dados necessários para resolver o problema proposto.

Dante (2009, p.28), definindo as principais características dos problemas de quebra-cabeça, assevera que esses problemas fazem parte da chamada Matemática recreativa, são envolventes e desafiam os alunos a se empenharem na busca da solução. Para o autor, a solução desses problemas “[...] depende, quase sempre, de um

golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, alguma regularidade, que é a chave da solução”. Na figura a seguir apresenta um exemplo desse tipo de problema:

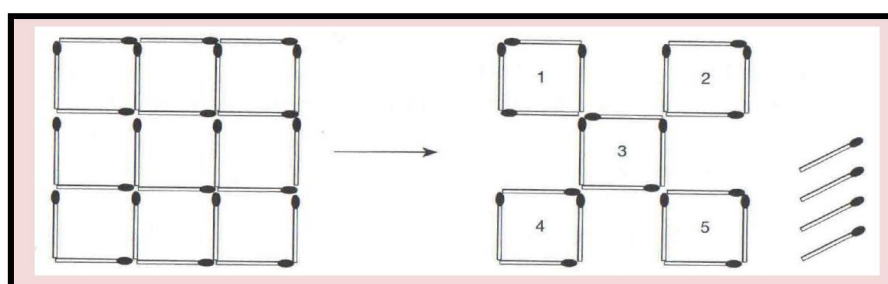
Figura 20: Exemplo de problemas de quebra-cabeça



Fonte: Dante, 2009, p. 28.

Nesse exemplo, o aluno só consegue dar a resposta satisfatória com muito empenho, experimentação, várias tentativas e erros. Preferencialmente, o problema retrata uma situação que favorece o uso concreto dos palitos de fósforo para livre manipulação e testagem das ideias, fato que poderá facilitar o estabelecimento de estratégias que levem à solução. Dante (2009, p. 67), apresenta a seguinte resposta para o problema:

Figura 21: Resposta do problema de quebra-cabeça



Fonte: Dante, 2009, p. 67.

4. Desenvolvimento da resolução de problemas e o papel do professor

Inicialmente, é importante realizar algumas análises e discussões referentes ao trabalho desenvolvido por George Polya sobre a resolução de problemas. Polya, matemático húngaro, é considerado o precursor dos estudos sobre a resolução de problemas. De acordo com Mendes (2009), foi Polya que deu início aos trabalhos sobre a resolução de problemas abordando os modos de planejar e resolver problemas.

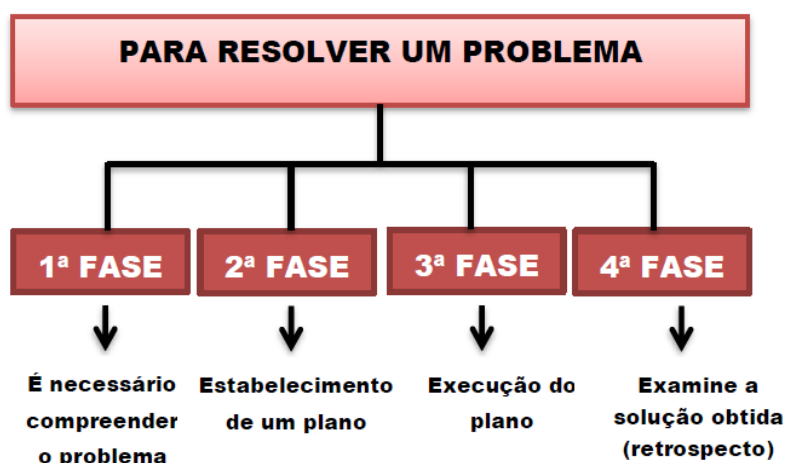
De acordo com Polya (2006, p. 4), “O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum

interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e praticar”. Para o autor, é essencial que o mestre, ao trabalhar a resolução de problemas em sala de aula, procure dramatizá-la, demonstrando sua importância, fazendo para si mesmo perguntas importantes que ajudam os alunos a se envolverem e a pensarem sobre as informações mais significativas dos problemas e consigam perceber como agir corretamente em busca das soluções.

Polya (2006, p. 13) argumenta, ainda, que uma das principais funções do professor na resolução de problemas “[...] é não dar aos seus alunos a impressão de que os problemas matemáticos têm pouca relação uns com os outros, de que nenhuma relação têm com qualquer outra coisa”. Para tal, é necessário que, diante de um novo problema, o professor estimule o aluno a estabelecer relações com outros problemas anteriormente solucionados, buscando as afinidades e diferenças entre eles.

Em seus estudos Polya (2006), propôs quatro etapas a serem consideradas de maneira geral na resolução de problemas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

Figura 22: Etapas de resolução de problemas segundo Polya



Fonte: Autoria própria

A primeira etapa, compreensão do problema, conforme Polya (2006), é o momento em que o aluno realiza a leitura e a interpretação do enunciado verbal, buscando identificar, principalmente, a incógnita, os dados relevantes e as condicionantes do problema. Segundo o autor, além de o aluno compreender bem o

problema, é fundamental ele ter o desejo de resolvê-lo. Daí a importância de o professor atuar na escolha adequada do problema para evitar que o aluno estude para uma finalidade que não deseja, para responder a indagações que para ele não têm nenhum sentido. O problema, para Polya (2006, p. 5), “[...] deve ser bem escolhido, nem muito difícil, nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante”.

Uma vez conhecidas as informações relevantes do problema, é importante o aluno estabelecer um plano. Nessa etapa, segundo Polya (2006, p. 7), é fundamental o papel do professor que poderá propiciar ao aluno “[...] discretamente, uma ideia luminosa”. Na verdade, seria o professor ajudar o aluno a estabelecer um caminho que vai ajudá-lo na resolução do problema. Poderia ser sugerido ao aluno buscar em situações anteriores itens relevantes que foram aprendidos e que poderiam ser utilizados na situação nova. Para o autor, se, por exemplo, o aluno consegue se lembrar de como alcançou a resolução de um problema correlato anterior, isso poderá contribuir para o início da elaboração de novas ideias que ajudarão na resolução do problema atual.

De acordo com Polya (2006, p. 10), o professor tem que ficar atento durante todo o processo de elaboração do plano para verificar se o aluno está de fato interessado e está tomando a iniciativa, e quando necessário realizar intervenções, orientando, esclarecendo, indagando. Para elaborar um plano é essencial empenho, dedicação, “[...] além de conhecimentos anteriores, de bons hábitos mentais e de concentração no objetivo [...]”.

A terceira etapa, execução do plano, segundo Polya (2006), é o momento de colocar em prática, passo a passo, o que foi pensado, verificando se estão ou não corretos e se há ou não a necessidade de alterá-los ou substituí-los. Para o autor, o professor deve evitar interromper o aluno na execução do plano, mas deverá acompanhar o trabalho realizado, ficando alerta para indicar algum ponto importante que o ajude a refletir sobre a situação.

Polya (2006, p. 10) considera o plano elaborado como um roteiro geral. Para ele “[...] Precisamos ficar convictos de que os detalhes inserem-se nesse roteiro e, para isto, temos de examiná-los, um após outro, pacientemente, até que fique

perfeitamente claro e que não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se um erro”.

A última etapa, o retrospecto, de acordo com Polya (2006), consiste em verificar o resultado que foi obtido a partir da execução do plano. É o momento de o aluno reexaminar o resultado que foi obtido e a trajetória que o conduziu até ele, favorecendo, assim, a consolidação do conhecimento adquirido e aprimorando as habilidades de resolver problemas.

Para Polya (2006, p.13), o professor na etapa do retrospecto, “[...] deve encorajar os alunos a imaginar casos em que eles poderão outra vez utilizar o procedimento usado ou o resultado obtido. *É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?*”.

Explicitadas algumas das ideias de Polya (2006), principalmente aquelas vinculadas às etapas de resolução de problemas e ao papel do professor nesse processo, é importante, agora, trabalhar com algumas formas de resolução de problemas mais características dos primeiros anos do Ensino Fundamental, conforme os estudos realizados por Cavalcanti (2007). Para essa autora, na resolução de problemas, é fundamental que o aluno seja incentivado pelo professor a buscar formas alternativas de resolver os problemas. O conhecimento de uma variedade de estratégias e de procedimentos que podem ser utilizados em busca da resposta de um problema permite ao aluno realizar uma reflexão mais elaborada sobre a situação proposta, desperta o seu interesse, estimula sua participação e facilita sua compreensão.

Essa ideia é corroborada pelos PCN (BRASIL, 1997), ao afirmar que a resolução de um problema deve pressupor que o aluno:

[...] elabore um ou vários procedimentos de resolução (como, por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); compare seus resultados com os de outros alunos; valide seus procedimentos. [...] é necessário desenvolver habilidades que permitam pôr à prova os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos, para obter a solução. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução (BRASIL, 1997, p. 33).

Nos primeiros anos do Ensino Fundamental, é muito comum os alunos naturalmente utilizarem suas próprias estratégias para resolver os problemas, muitas

vezes fugindo dos procedimentos e técnicas ensinadas pelos professores. Nesse contexto, o professor tem um papel fundamental, de valorização dessas estratégias criadas, uma vez que elas podem contribuir efetivamente para que os alunos, desde muito cedo, tenham mais confiança em si mesmos, envolvam-se plenamente com a resolução de problemas e desenvolvam a autonomia intelectual.

Para Cavalcanti (2007, p.126), nos primeiros anos do Ensino Fundamental, a oralidade e os desenhos se constituem nas mais importantes formas de resolução de problemas. Para a autora, o falar e o ouvir nas aulas de Matemática, permitem que o aluno, entre outros aspectos, compartilhe ideias e estratégias, e amplie o vocabulário matemático. Além disso, “A oralidade utilizada como recurso na resolução de problemas pode ampliar a compreensão do problema e ser veículo de acesso a outros tipos de raciocínio”.

A oralidade, segundo Cavalcanti (2007), pode ser estimulada pelo professor em momentos distintos do processo de resolução de problemas. Por exemplo, o professor poderá solicitar ao aluno que exponha para os colegas de turma o procedimento que utilizou na resolução do problema. Poderá solicitar, ainda, que ele dê explicações de como pensou a situação e que esclareça dúvidas suscitadas pelos outros estudantes. Também é importante criar situações no contexto de sala de aula em que os alunos tenham a oportunidade de emitir opiniões diversas, fazer julgamentos e socializar outras possíveis soluções para o problema.

No desenvolvimento da oralidade, como recurso na resolução de problemas, é também função do professor, de acordo com Cavalcanti (2007, p. 127), “[...] garantir que todos estejam entendendo a tarefa e procurar selecionar problemas acessíveis à sua classe que sejam, ao mesmo tempo, desafiadores e não envolvam conteúdos totalmente novos”.

Já a utilização do desenho como recurso, uma forma de resolver problemas nos primeiros anos do Ensino Fundamental, de acordo com Cavalcanti (2007, p. 127), “[...] serve como recurso de interpretação e como registro de estratégia de solução”, ou seja, o desenho poderá ser utilizado pelo aluno como auxílio à resolução ou como um recurso para conferir a resposta dada. Para a autora, o desenho é uma representação gráfica, ilustrativa das diversas situações tratadas no problema, conforme a compreensão do aluno. Na verdade, o desenho realizado para resolver um problema

retrata as principais informações que o aluno conseguiu captar no enunciado e oferece indicações para o professor realizar as intervenções devidas.

Para que isso ocorra de forma efetiva, o professor precisa, tal como assevera Cavalcanti (2007, p. 130), “[...] organizar atividades que garantam a apreciação dos desenhos produzidos pelas crianças, ou seja, fazer com que o desenho seja realmente um veículo de transmissão de ideias”. Na prática é fundamental desenvolver ações educativas que conduzam os alunos a estabelecerem formas de comunicação que favoreçam a troca de ideias e possibilitem a interação e livre explicação daquilo que de fato foi expresso no desenho.

Outra importante possibilidade a ser considerada no desenvolvimento do processo educativo que tem como método básico a resolução de problemas, de acordo com Chica (2007), é a formulação de problemas pelo próprio aluno. Para a autora,

Quando o aluno cria seus próprios textos de problemas, ele precisa organizar tudo que sabe e elaborar o texto, dando-lhe sentido e estrutura adequados para comunicar o que pretende. Nesse processo, aproximam-se a língua materna e a Matemática, as quais se complementam na produção de textos e permitem o desenvolvimento da linguagem específica. O aluno deixa, então de ser um resolvidor para ser um propositor de problemas, vivenciando o controle sobre o texto e as ideias matemáticas (CHICA, 2007, p.151).

Para Silver (1999), a formulação de problemas está relacionada a ações desenvolvidas pelos alunos que podem ter o intuito de criar novos problemas ou que visam reformular os problemas que já estão sendo trabalhados. Essas ações de criação e reformulação devem estar vinculadas a situações reais e significativas. Para o autor, esse processo pode ocorrer antes, durante ou depois da solução de um problema e é uma excelente oportunidade de o aluno organizar suas ideias, expressá-las de forma oral e escrita e colocá-las efetivamente em prática.

No processo de formulação de problemas pelo aluno, com fundamento no trabalho de Silver (1999) e Chica (2007), pode-se afirmar que compete ao professor assumir o papel de orientador do processo, estimulando e valorizando a produção oral escrita e realizar ações educativas que ajudem o aluno a perceber quais são, de fato, as informações relevantes na elaboração de um texto relacionado a um problema de Matemática. É importante, ainda, que o professor estabeleça no ambiente de sala

de aula um clima propício a comunicação de ideias, a socialização de saberes, a realização de questionamentos e o levantamento de hipóteses, fatores essenciais que estimulam a participação ativa do aluno e a aquisição de elementos essenciais na produção de textos.

Mendonça (1999) considera a formulação de problemas como uma alternativa inovadora para o ensino e para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos que decorre de problematizações da realidade social realizadas pelos alunos e também pelos professores. A formulação, para a autora, envolve plenamente os estudantes em um processo educativo que possibilita o estabelecimento de relações entre a vida cotidiana e os saberes matemáticos.

O ensino da Matemática por meio da formulação de problemas, para Mendonça (1999), possibilita ao aluno questionar, estabelecer relações dos conhecimentos já dominados com aqueles a serem aprendidos, sistematizar suas próprias indagações, buscando significados para aquilo que num dado momento considera como fundamental para aprender.

Para Mendonça (1999, p. 25), os alunos são “[...] capazes de formular seus próprios problemas, mas é preciso que eles/elas já tenham algum conhecimento matemático, que lhes faça sentido, sobre a situação [...]” cabendo aos professores nesse processo “[...] garantir a eles/elas oportunidade para refletir e organizar suas maneiras de pensar”. Portanto, na formulação de problemas, é fundamental o conhecimento prévio do aluno para que ele possa utilizá-los na criação e solução de novos problemas.

De acordo com a autora, para desencadear na sala de aula o processo de formulação de problemas o professor precisa desempenhar as seguintes ações: flagrar situações do contexto escolar ou de um contexto mais amplo; convocar os alunos para escolha de temas geradores; partir de um tema previamente escolhido; e partir de um modelo matemático conhecido.

Elucidando estas ações, Mendonça (1999) entende que o professor deve estar sempre atento no sentido de flagrar, perceber situações que realmente despertem o interesse dos alunos e estimular o debate sobre essas situações que poderão ser problematizadas e transformadas em problemas. É preciso, ainda, que o mestre, com o intuito de orientar o desenvolvimento da prática educativa, também apresente e

discuta com os alunos questões que ele julga importantes para estudo e compreensão da realidade social e, a partir dessas discussões, escolha uma temática e dê início ao processo de formulação de problemas. Além disso, é importante que o professor estimule os alunos a estabelecerem conexões entre a situação de estudo atual com situações anteriores, para que consigam identificar alguma ideia ou procedimento que possa ser parcial ou plenamente utilizado.

REFERÊNCIAS

BRANCA, N. A. Resolução de Problemas como meta, processo e habilidade básica. In: STEPHEN, R. R. E. **A Resolução de problemas na Matemática escolar**. São Paulo, SP: Atual, 1997. p. 4-12.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

BROLEZZI, A. C. **Criatividade e resolução de problemas**. São Paulo, SP: Livraria da Física, 2013.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em Matemática. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2007. p.15-28.

CHARNAY, R. Aprendendo com a resolução de problemas. IN: PARRA, C.; SAIZ, I. (orgs.). **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas**. Porto Alegre, RS: Artmed, 1996. p. 36-47.

CHICA, C. H. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2007. p. 152-173.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2007. p.121-149.

D'AMORE, B. **Elementos de didática da Matemática**. São Paulo, SP: Editora e Livraria da Física, 2007.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas: Teoria e prática**. São Paulo, SP: Ática, 2009.

DINIZ, M. I. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática.** Porto Alegre, RS: Artmed, 2007. p. 87-98.

ECHEVERRIA, M. D. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.** Porto Alegre, RS: Artmed, 1998. p.13-42.

GOMES, M. T.; PIRES, M. N. M. Resolução de problemas. In: CARVALHO, A. M. F. T.; GOMES, M. T.; PIRES, M. N. M. **Fundamentos Teóricos do Pensamento Matemático.** Curitiba, PR: IESDE Brasil S.A., 2010. p.15-30.

HÜBNER, M. C. S. **Educação Matemática: processo de resolução de problemas no contexto escolar.** 2010. 153f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade de Passo Fundo, 2010.

MANSUTTI, M. A.; PIRES, C. M. C. Ideias matemáticas: construção a partir do cotidiano. In: CENPEQ (Centro de Pesquisas para Educação e Cultura). **Oficinas de Matemática, leitura e escrita.** São Paulo, SP: Summus, 2002.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem.** São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2009.

MENDONÇA, M. C. D. Resolução de problemas pede (re) formulação. In: ARANTES, P; PONTE, J. P.; FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L. (orgs.). **Investigações matemáticas na Aula e no Currículo.** Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1999. p.15-33.

PANIANO, R. Metodologia e pratica da Educação Matemática. In: UNGLAUB, E. Desafios metodológicos do ensino. Engenheiro Coelho, SP: UNASPRESS, 2012. p.117-130.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro, RJ: Interciência, 2006.

SADOVYSKY, P. **Ensino de Matemática hoje: Enfoque, sentido e desafios.** São Paulo, SP: Ática, 2007.

SANTOS, L. M. **Metodologia do ensino de Matemática e Física: Tópicos de história da física e da matemática.** Curitiba, PR: Ibpex, 2009.

SILVER, E. A. Acerca da Formulação de Problemas de Matemática. In: ARANTES, P; PONTE, J. P.; FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L. (orgs.). **Investigações matemáticas na Aula e no Currículo.** Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1999. p.139-162.

STANCANELLI, R. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática.** Porto Alegre, RS: Artmed, 2007. p.103-149.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. São Paulo, SP: Artmed, 2009.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar**: o papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre, RS: Artmed, 2006.

SOBRE OS AUTORES



GUILHERME SARAMAGO DE OLIVEIRA

Doutor em Educação (Universidade Federal de Uberlândia, 2009). Mestre em Inovação Educativa (Universidade Autônoma de Barcelona, 1999). Mestre em Educação Superior (Pontifícia Universidade Católica de Campinas, 1997). Especialista em Educação Infantil (Universidade Federal de Uberlândia, 1987). Graduado em Pedagogia (Universidade Federal de Uberlândia, 1986). Graduado em Direito (Universidade Federal de Uberlândia, 1991). Graduado em Matemática (Universidade de Uberaba, 2009). Atualmente é professor associado da Universidade Federal de Uberlândia.

ADRIANA BORGES DE PAIVA

Mestre em Educação (Universidade Federal de Uberlândia, 2020). Especialista em Pedagogia Empresarial (Universidade Federal de Uberlândia, 2007). Graduada em Pedagogia (Universidade Federal de Uberlândia, 2005). Foi professora da Escola Municipal Professor Eurico Silva nas séries iniciais do Ensino Fundamental de 2007 a 2009. Em 2010 atuou de março a novembro como pedagoga no Instituto Federal do Triângulo Mineiro, campus Uberlândia. Desde dezembro de 2010 é Técnica em Assuntos Educacionais da Universidade Federal de Uberlândia, lotada na Pró-Reitoria de Graduação, na Diretoria de Ensino. Atualmente é coordenadora da Divisão de Projetos Pedagógicos.

ANA MARIA DE OLIVEIRA CUNHA

Doutora em Educação (Universidade de São Paulo, 1999). Mestre em Educação (Universidade de São Paulo, 1993). Graduação em Ciências Biológicas (Fundação Educacional de Ituiutaba, 1975). Graduada em Pedagogia (Universidade Federal de Uberlândia, 1970). Atualmente é professora titular da Universidade Federal de Uberlândia, atuando no Instituto de Biologia e no Programa de Pós-Graduação em Educação.

EUZANE MARIA CORDEIRO

Mestre em Educação (Universidade Federal de Uberlândia, 2015). Especialista em Psicopedagogia Escolar (Universidade Federal de Uberlândia, 2011). Graduada em Pedagogia (Faculdade Católica de Uberlândia, 2010). Especialista em Educação de Jovens e Adultos (Universidade Norte do Paraná, 2015). Especialista em Supervisão Escolar e Orientação Educacional (Universidade Cândido Mendes, 2019). Tem experiência na área de Educação como tutora em cursos presenciais e à distância, e como professora orientadora de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) em curso de Pós-Graduação. Atualmente exerce a função de Assistente de Coordenação Pedagógica na Universidade Pitágoras Unopar.

JOSELY ALVES DOS SANTOS

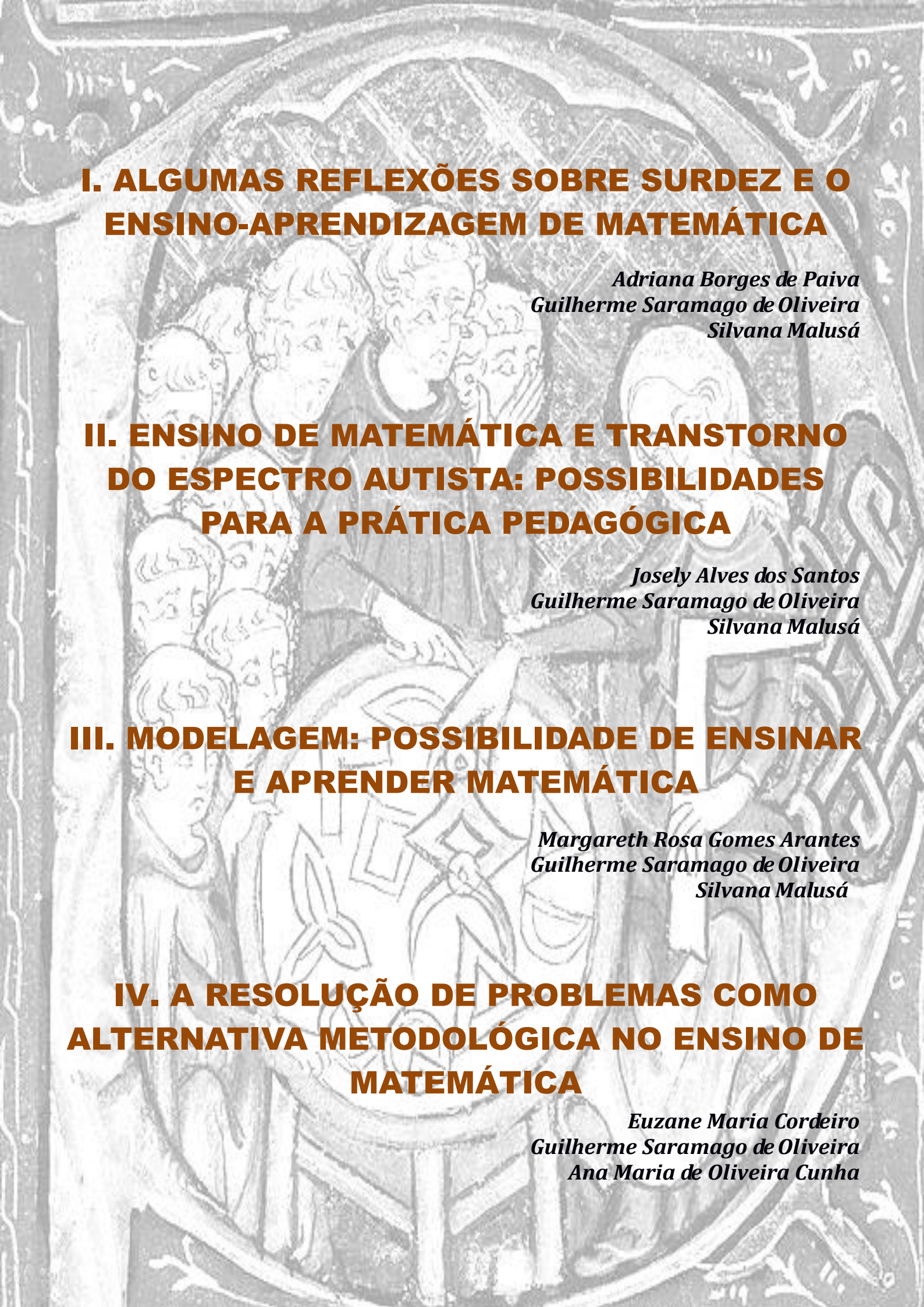
Mestre em Educação (Universidade Federal de Uberlândia, 2020). Graduada em Pedagogia (Universidade Federal de Uberlândia, 2011). Atuou como Analista Educacional na Superintendência Regional de Ensino de Uberlândia - Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais de 2006 a 2014, realizando atividades de assessoramento pedagógico às escolas estaduais do estado, ministrando cursos e capacitações a professores e especialistas dos anos iniciais do Ensino Fundamental e coordenando em nível regional os projetos e ações da SEE-MG voltados para o Ensino Fundamental e Médio. Atualmente, é servidora da Universidade Federal de Uberlândia.

MARGARETH ROSA GOMES ARANTES

Doutora em Educação (Universidade Federal de Uberlândia, 2018). Mestre em Engenharia Mecânica (Universidade Federal de Uberlândia, 2007). Especialista em Matemática (Universidade Federal de Uberlândia, 2001). Graduada em Ciências (Universidade Federal de Uberlândia, 1983). Graduada em Matemática (Universidade Federal de Uberlândia, 1994). Professora efetiva da Fundação de Ensino Superior de Goiatuba-FESG no Centro Universitário de Goiatuba-UNICERRADO.

SILVANA MALUSÁ

Pós-Doutora em Educação (Universidade Católica de Petrópolis, 2011). Doutora em Educação (Universidade Metodista de Piracicaba, 2000). Mestre em Educação (Universidade Metodista de Piracicaba, 1994). Graduada em Pedagogia, com habilitações em Educação Infantil e Administração Escolar (Universidade Metodista de Piracicaba, 1990). Atualmente é professora associada da Universidade Federal de Uberlândia.



I. ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE SURDEZ E O ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

*Adriana Borges de Paiva
Guilherme Saramago de Oliveira
Silvana Malusá*

II. ENSINO DE MATEMÁTICA E TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA: POSSIBILIDADES PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA

*Josely Alves dos Santos
Guilherme Saramago de Oliveira
Silvana Malusá*

III. MODELAGEM: POSSIBILIDADE DE ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA

*Margareth Rosa Gomes Arantes
Guilherme Saramago de Oliveira
Silvana Malusá*

IV. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ALTERNATIVA METODOLÓGICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

*Euzane Maria Cordeiro
Guilherme Saramago de Oliveira
Ana Maria de Oliveira Cunha*